

PATRÓN DE CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE EN MASAS NATURALES Y ARTIFICIALES DE *PINUS PINEA* L.: COMPARACIÓN A TRAVÉS DE MODELOS DINÁMICOS

Guillermo Madrigal Casanueva¹, Rafael Alonso Ponce¹, Javier Moro Valverde², Gregorio Montero González¹ y Rafael Calama Saínz¹

¹Dpto. Sistemas y Recursos Forestales CIFOR-INIA. Ctra. A Coruña km. 7,5 28040-Madrid (España). Correo electrónico: madrigal@inia.es

²Centro de Montes de Lugar Nuevo. OAPN. C/ Camino de las Cruces 26. 23003-JAÉN (España)

Resumen

Se presenta un modelo de crecimiento en altura dominante para masas de *Pinus pinea* L. procedentes de repoblación, desarrollado aplicando la metodología GADA (*Generalized Algebraic Difference Approach*), y que ha permitido definir una familia de curvas polimórficas con asíntota variable a partir de la ecuación de Bertalanffy-Richards. El patrón de crecimiento observado en masas artificiales se ha comparado con el obtenido para masas naturales de la especie, utilizando el estadístico de contraste F de la suma de cuadrado no lineal. Se han detectado diferencias significativas entre ambos tipos de formaciones, localizadas en las edades iniciales de desarrollo, lo que justifica la construcción de unas curvas de calidad de estación específicas para masas artificiales.

Palabras clave: GADA, Pino piñonero, Masas repobladas, Homogeneidad de parámetros

INTRODUCCIÓN

Las masas de *Pinus pinea* han constituido fuentes de recursos tradicionales desde periodos anteriores a la presencia de los romanos en la Península Ibérica. Productos como el piñón, la madera, la pez y la resina han sido muy apreciados por la industria naval, minera y el consumo humano, por lo que, conscientes de este hecho, las administraciones han promovido la difusión de esta especie, realizando importantes repoblaciones desde la segunda mitad del siglo XX en amplias zonas de la Meseta Sur y Sierra Morena (p. ej., la superficie repoblada con *Pinus pinea* en Andalucía entre 1941 y 1999 se cifra en 191.374 ha, MONTERO et al., 2004). Esta repoblaciones

buscaron cubrir diversos objetivos (producción de madera y piña, protección de cabeceras de cuenca, etc.) y, pese a la gran variedad de técnicas de implantación aplicadas, cabría indicar como caracterizador común y diferenciador respecto de las masas naturales, la elevada densidad de instalación, que en algunos casos alcanzaba los 1500 pies.ha⁻¹, y la utilización de planta de 1 ó 2 savias a raíz desnuda. Únicamente en las repoblaciones más recientes se ha orientado la plantación hacia menores densidades iniciales, favoreciendo la obtención precoz de fruto y un menor coste de los cuidados culturales.

El patrón de crecimiento en altura dominante para masas naturales de esta especie ya está definido mediante el modelo interregional de

calidad de estación desarrollado por CALAMA et al. (2003). Teniendo en cuenta la importancia que tienen las masas de origen artificial de *Pinus pinea* desde el punto de vista ecológico, económico y social, se considera necesario estudiar su patrón de crecimiento y poderlo comparar con el obtenido para las masas naturales de la especie, al objeto de detectar si es necesario utilizar un modelo de calidad de estación específico para las masas procedentes de repoblación. Este modelo de calidad de estación constituirá un elemento clave en la adaptación del modelo integrado PINEA2 (CALAMA et al., 2007) para su aplicación en masas de origen artificial.

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos

Se han utilizado datos procedentes de 89 análisis de tronco obtenidos en 52 parcelas distribuidas por Sierra Morena y la Meseta Sur (Figura 1). Las parcelas se han localizado en las cercanías de parcelas del Inventario Forestal Nacional, utilizando como criterios de selección que la especie principal fuese *Pinus pinea*, el origen artificial de la masa y el que abarcaran el mayor rango posible de condiciones de estación.

Las edades de las parcelas varían entre 30 y 60 años. Dentro de cada parcela se procedió al apeo de uno o dos árboles dominantes. Del tronco apeado se extrajeron diferentes secciones: la del tocón, la correspondiente a la altura de 1,30 m, y a partir de esta altura, la sección correspondiente a cada metro. En cada sección se realizó un conteo de anillos para calcular la edad a la que el árbol alcanzó dicha altura, aplicándose con posterioridad la corrección de alturas propuesta por CARMEAN (1972).

Metodología de desarrollo y ajuste de los modelos

La metodología empleada en este trabajo para el desarrollo de las funciones dinámicas ha sido la de ecuaciones en diferencias algebraicas generalizadas (GADA) propuesta por CIESZEWSKI & BAILEY (2000), aplicando el método de las variables ficticias (*dummy approach*) para realizar el ajuste (CIESZEWSKI et al., 2000). La metodología GADA utilizada proporciona modelos dinámicos invariantes con respecto a la edad de referencia, es decir, cualquier par de valores edad-altura (t_0 , H_0) de una curva concreta de índice de sitio puede usarse para realizar predicciones a una cierta edad t , y las estimaciones de altura H deberá ser la misma. Asimismo, esta metodología, al permitir

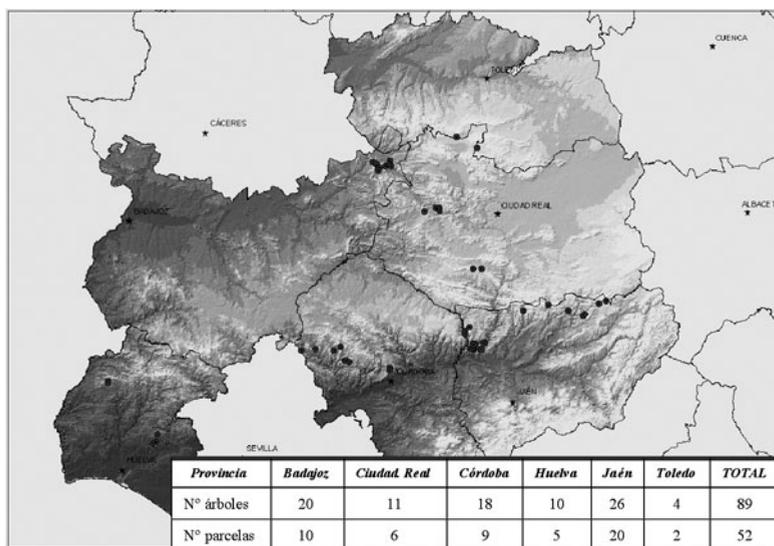


Figura 1. Distribución de las parcelas procedentes de repoblación, por provincia y árboles tipo

expandir más de un parámetro de la función y por tanto considerarlos como dependientes de la estación, puede producir familias de curvas polimórficas y con asíntota variable, flexibilidad que resulta muy deseable en este tipo de modelos (CIESZEWSKI, 2002).

Por otra parte, el uso de las variables ficticias, por el que se estiman los parámetros dependientes del sitio para cada parcela de manera simultánea a los del modelo global, permite obtener estimaciones insesgadas de dichos parámetros, independientemente de la edad de referencia. Por esa misma razón se puede corregir el problema de la habitual carencia de datos a eda-

des avanzadas y buenas calidades (ÁLVAREZ GONZÁLEZ et al., 2004), al considerar la tendencia individual de crecimiento de cada árbol.

Modelos

En la tabla 1 se presentan las funciones base consideradas, las distintas formulaciones de las expansiones de los parámetros (para cada una de las funciones se plantearon expansiones lineales e inversas) y las ecuaciones dinámicas finalmente ajustadas. Los ajustes se realizaron mediante el procedimiento MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® v.9.1 (SAS INSTITUTE INC., 2004).

Función base	Expansión de los parámetros	Solución de X para valores iniciales	Ecuación dinámica
Richards-Chapman $H = e^m (1 - e^{-at})^b$	$m = m_1 + m_2 X$ $b = X$	$X_0 = \frac{\ln H_0 - m_1}{m_2 + \ln(1 - e^{-at_0})}$	$H = e^{m_1 + m_2 X_0} (1 - e^{-at})^{X_0}$ (M1)
	$m = X$ $b = b_1 + b_2 X$	$X_0 = \frac{\ln H_0 - b_1 \ln(1 - e^{-at_0})}{1 + b_2 \ln(1 - e^{-at_0})}$	$H = e^{X_0} (1 - e^{-at})^{b_1 + b_2 X_0}$ (M2)
	$m = X$ $b = b_1 + 1/X$	$X_0 = \frac{1}{2} (L_0 + \sqrt{L_0^2 - 4 \ln(1 - e^{-at_0})})$ donde $L_0 = b_1 \ln(1 - e^{-at_0}) - \ln H_0$	$H = e^{X_0} (1 - e^{-at})^{b_1 + 1/X_0}$ (M3)
Lundqvist-Korf $H = e^m \left(e^{-1/t^a} \right)^b$	$m = m_1 + X$ $b = X$	$X_0 = -t_0^a (\ln H_0 - m_1)$	$H = e^{m_1 + X_0} \left(e^{-1/t^a} \right)^{X_0}$ (M4)
	$m = X$ $b = b_1 + 1/X$	$X_0 = \frac{1}{2} \left(L_0 + \sqrt{L_0^2 + \frac{4}{t_0^a}} \right)$ donde $L_0 = \frac{b_1}{t_0^a} + \ln H_0$	$H = e^{X_0} \left(e^{-1/t^a} \right)^{b_1 + 1/X_0}$ (M5)
	$m = X$ $b = b_1 + X$	$X_0 = \ln H_0 - b_1 / t_0^a$	$H = e^{X_0} \left(e^{-1/t^a} \right)^{b_1 + X_0}$ (M6)
Hoßfeld IV $H = m \frac{t^a}{b + t^a}$	$m = m_1 + m_2 X$ $b = X$	$X_0 = \frac{H_0 t_0^a - m_1 t_0^a}{m_2 t_0^a - H_0}$	$H = m_1 + m_2 X_0 + \frac{t^a}{X_0 + t^a}$ (M7)
	$m = X$ $b = b_1 + 1/(b_3 + X)$	$X_0 = \frac{-L_0 + \sqrt{L_0^2 - 4 t_0^a K_0}}{2 t_0^a}$ donde $L_0 = t_0^a (b_3 - H_0) - b_1 H_0$ y $K_0 = -H_0 b_3 t_0^a - H_0 (1 + b_1 b_3)$	$H = X_0 \frac{t^a}{b_1 + \frac{1}{b_3 + X_0} + t^a}$ (M8)

Tabla 1. Modelos y formulaciones GADA evaluados

Criterio de Selección

Para la selección del mejor modelo se tuvieron en cuenta consideraciones tanto numéricas como gráficas. La *bondad del ajuste* se evaluó mediante el cálculo del error medio (\bar{E}), el error absoluto medio (MAE), error relativo (RE), coeficiente de determinación (R^2), parámetro de cambio retrospectivo (RPC), raíz del error medio cuadrático (RMSE) y el criterio de información de Akaike (AIC). En cuanto a los procedimientos gráficos, se representaron las curvas ajustadas superpuestas sobre las trayectorias de los datos, los residuos frente a las alturas predichas (adecuado para testar la posible presencia de heterocedasticidad o sesgo), la evolución de \bar{E} y MAE por clases de edad, así como la constancia del índice de sitio a lo largo de la vida de los árboles.

Para corregir la autocorrelación existente en las series de datos longitudinales se expandió el término del error mediante un modelo autorregresivo en tiempo continuo ($CAR(x)$), el cual permite ser aplicado a datos irregularmente distribuidos en el tiempo (ZIMMERMAN & NÚÑEZ-ANTÓN, 2001). Así, la autocorrelación de primer orden puede recogerse expandiendo el término del error de la siguiente manera:

$$e_{ij} = d_1 \rho_1^{t_{ij}-t_{ij-1}} e_{ij-1} + \varepsilon_{ij}$$

donde e_{ij} es el residuo de la j -ésima observación del árbol i , d_1 vale 1 para $j > 1$ y 0 para $j = 1$, ρ_1 es el parámetro autorregresivo a calcular y $t_{ij}-t_{ij-1}$ es la distancia, en años, entre las observaciones j y $j-1$. Los sucesivos términos autorregresivos se irían añadiendo de manera análoga. Para comprobar la eliminación de la autocorrelación se representaron gráficamente los residuos frente a los residuos de las observaciones previas según se iban añadiendo términos autorregresivos.

Contraste entre masas artificiales y masas naturales

Una vez procedido al ajuste y posterior selección de la función dinámica que mejor describe el crecimiento en altura dominante en masas repobladas, se procedió a determinar si existen diferencias significativas en el patrón de crecimiento en altura dominante entre este tipo de formaciones y las masas de origen natural. Para ello se procedió a ajustar la función seleccionada a la base de datos de análisis de tronco

de masas naturales de *Pinus pinae* (ver CALAMA et al., 2003). Al objeto de homogeneizar la muestra y hacer posible la comparación, únicamente se seleccionaron las secciones correspondientes al crecimiento en altura dominante hasta los 60 años de edad. En la comparación de los patrones de crecimiento se aplicó el test F no lineal de suma de cuadrados (HUANG et al., 2000) y el test de homogeneidad simultánea de parámetros, basado en el test de razón de verosimilitudes *-likelihood ratio test-* (GALLANT, 1975). Este test de homogeneidad se fundamenta en comparar el denominado *modelo completo* con el *modelo reducido*. El modelo reducido se corresponde con el mismo conjunto de parámetros para los dos tipos de masa, mientras que el modelo completo se corresponde con diferente conjunto de parámetros para cada tipo de masa. El modelo completo se obtiene expandiendo cada parámetro incluyendo un parámetro asociado y una variable ficticia (variable dummy) para diferenciar los dos tipos de formaciones. El test F de contraste emplea el siguiente estadístico:

$$F = \left(\frac{SS_r - SS_c}{df_r - df_c} \right) / \left(\frac{SS_c}{df_c} \right) \quad (1)$$

donde SS_c , df_c y SS_r , df_r , son la suma de cuadrados del error (SSE) y los grados de libertad del modelo completo y del modelo reducido, respectivamente. El contraste estadístico para un nivel de significación α es:

- Si $F > F$ de Fisher-Snedecor ($1-\alpha$; df_r-df_c ; df_c), se rechaza la hipótesis nula, considerando entonces que existen diferencias en el patrón de crecimiento en altura dominante entre masas naturales y masas repobladas, siendo necesario entonces definir un modelo de calidad de estación específico para masas repobladas.
- Si $F < F$ de Fisher-Snedecor ($1-\alpha$; df_r-df_c ; df_c), no se puede rechazar la hipótesis nula, pudiendo aplicar un único modelo para masas naturales y repobladas.

En el caso de que el test de homogeneidad propuesto rechace la hipótesis nula de igualdad entre vectores de parámetros, las diferencias detectadas pueden deberse a la variabilidad existente únicamente en alguno de los parámetros del modelo, por lo que es deseable realizar el mismo contraste considerando distintas opciones de agrupamiento de parámetros.

RESULTADOS

La ecuación dinámica que mejor explicó el crecimiento en altura dominante en masas repobladas de *Pinus pinea* ha sido la M1, formulación en diferencias algebraicas generalizadas de la función de crecimiento de Bertalanffy-Richards (RICHARDS, 1959), aunque su comportamiento fue muy similar al de las otras tres funciones GADA que convergieron (Tabla 2). La capacidad del modelo de Bertalanffy-Richards para describir el crecimiento en altura de las masas forestales queda nuevamente confirmada por el hecho de que de las cuatro funciones GADA que convergieron, tres eran expansiones derivadas de este modelo. En el

análisis gráfico de los residuos y de la evolución de los estadísticos de ajuste RM y RMC para las distintas clases de edad (resultados no mostrados) no se han detectado problemas significativos de sesgo o heterocedasticidad. La función seleccionada se caracteriza por presentar el punto de inflexión (dado por $\log(X_0)/a$) en un valor inferior a cero (entre -15 y -30 años, según calidades), indicando que no existe una tendencia sigmoidea en el crecimiento inicial de las masas repobladas. A partir de la función M1 ha sido posible construir una familia de curvas de calidad polimórficas (Figura 2a), definiendo como puntos característicos a la edad de 50 años las alturas 6,5; 9,5; 12,5; 15,5 y 18,5 metros.

Modelo	Parámetro	Estimación	RPC	\bar{E}	MAE	RE	R2	AIC	RMSE
(M1)	a	0,005994	0,0023	0,043	0,261	5,1449	0,9903	-2004,65	0,3454
	m_1	14,08433							
	m_2	-12,0075							
(M2)	a	0,005992	0,0006	0,043	0,261	5,1320	0,9903	-2004,65	0,3454
	b_1	1,172833							
	b_2	-0,08324							
(M3)	a	0,006146	0,0003	0,043	0,261	5,2237	0,9904	-2005,70	0,3450
	b_1	0,593474							
(M5)	a	0,038583	0,0032	0,042	0,261	5,1734	0,9903	-1997,30	0,3462
	b_1	23,38557							

Tabla 2. Estimación de los parámetros y estadísticos de la bondad del ajuste para los modelos (M1), (M2), (M3) y (M5). El resto de los modelos no convergieron o sus parámetros resultaron no significativos para $p > 0,05$

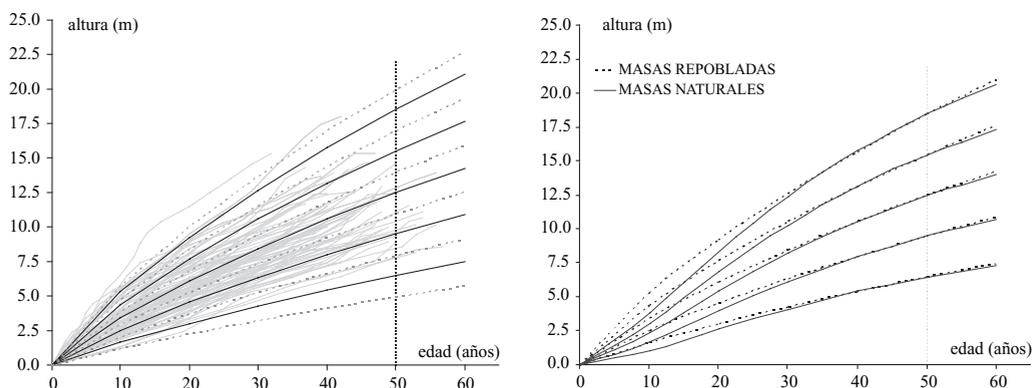


Figura 2. Curvas de calidad de estación para masas artificiales de *Pinus pinea* superpuestas sobre los datos utilizados para su construcción (2a, izquierda) y comparación entre los patrones de crecimiento en altura dominante de masas repobladas y masas naturales (2b, derecha)

Posteriormente el modelo M1 se ha ajustado a la base de datos de análisis de tronco de masas naturales, considerando únicamente el crecimiento hasta los 60 años de edad. La figura 2b compara de forma gráfica el patrón de crecimiento entre ambos tipos de masa, comprobándose que el punto de inflexión en el caso de las masas naturales se corresponde con un valor positivo, y que a partir de los 30 años el patrón de crecimiento es muy similar en ambos tipos de formaciones. Al comparar estadísticamente el patrón de crecimiento en los dos tipos de masas (Tabla 3) se demuestra que existen diferencias significativas ($p < 0.0001$) y que por lo tanto no es posible aplicar un único modelo para masas naturales y artificiales, siendo necesario aplicar unas curvas de calidad específicas para masas repobladas de *Pinus pinea*. Al analizar las diferencias en el patrón de crecimiento a nivel de los parámetros de la función, se detecta que éstas se deben únicamente al parámetro “a” del modelo, que controla tanto la asíntota como la tasa de crecimiento y el punto de inflexión.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han identificado diferencias significativas en el patrón de crecimiento en altura dominante entre masas proce-

dentales de repoblación y masas de origen natural. Las diferencias se concentran en los estadios iniciales de desarrollo de la masa, y se refieren a la inexistencia en las masas artificiales de una tendencia sigmoidea en el crecimiento de los primeros años, definida por el hecho de alcanzar el punto de inflexión en valores negativos de la edad. Este patrón implica una mayor tasa de crecimiento inicial y una ralentización más temprana del crecimiento en las masas repobladas, y se corresponde con un patrón identificado para otras especies (p. ej., *Pinus sylvestris*, DEL RÍO et al., 2005). Este particular crecimiento inicial propio de las masas artificiales puede estar asociado tanto a la mejora de las condiciones de la estación y a la eliminación de la competencia herbácea (debidas a las labores de preparación del terreno) como al hecho de que al utilizar planta de 1 ó 2 savias procedente de vivero se esté evitando la fase crítica de germinación, establecimiento y supervivencia inicial de las plantas procedentes de regeneración natural.

Una vez detectadas estas diferencias, se propone aplicar el modelo de calidad estación construido específicamente para masas artificiales, pues la utilización del modelo interregional para masas naturales de CALAMA et al. (2003) tendería a sobreestimar la calidad de estación en las repoblaciones más jóvenes. El rango de aplicación de las curvas desarrolladas alcanza los 60 años de

Parámetros comunes	SSE	Parámetros a estimar	Grados de libertad	F	p>F
Ninguno (modelo completo)	210,58	177	1267	-	-
Todos (modelo reducido)	244,17	172	1272	40,42	<0,0001
<i>a</i>	218,15	176	1268	45,55	<0,0001
<i>m</i> ₁	210,64	176	1268	0,36	0,5486
<i>m</i> ₂	210,86	176	1268	1,68	0,1957
ρ_1, ρ_2	211,22	175	1269	1,93	0,1484
<i>m</i> ₁ , <i>m</i> ₂	211,67	175	1269	3,28	0,0396
‘ <i>m</i> 1’ ‘ ρ 1’’ ρ_2 ’	210,81	174	1270	0,46	0,7096
‘ <i>m</i> 2’ ‘ ρ 1’’ ρ_2 ’	211,02	174	1270	0,88	0,4510
‘ <i>a</i> ’ ‘ ρ 1’’ ρ_2 ’	218,39	174	1270	15,66	<0,0001
‘<i>m</i>1’ ‘<i>m</i>2’ ‘ρ 1’’ρ_2’	211,81	173	1271	1,85	0,1205
‘ <i>a</i> ’ ‘ <i>m</i> 2’ ‘_ 1’’ ρ_2 ’	218,39	173	1271	11,75	<0,0001
‘ <i>a</i> ’ ‘ <i>m</i> 1’ ‘ ρ 1’’ ρ_2 ’	218,43	173	1271	11,81	<0,0001

Tabla 3. Estadístico de contraste para la comparación entre el modelo completo, el modelo reducido, y modelos intermedios con parámetros comunes. Donde $p > F$, probabilidad de que el modelo con parámetros comunes explique mejor que el modelo completo. En negrita el mejor modelo identificado

edad, aunque, a la vista del patrón de homogeneidad detectado a partir de los 30-40 años, consideramos que por encima de esa edad (una vez superada la ventaja inicial asociada a la preparación del terreno y la remoción de la vegetación) el patrón de crecimiento en ambos tipos de formación va a ser muy similar, y que por lo tanto, puede aplicarse de forma indistinta el modelo de calidad de estación para masas naturales.

La construcción de un modelo específico de calidad de estación para masas artificiales constituye el primer paso para la adaptación y aplicación del modelo integrado PINEA2 (desarrollado para masas naturales con estructura regular) a las particularidades de las masas artificiales.

Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado en el marco presupuestario del proyecto INIA CPE-03-001-C5.2. Los autores quieren agradecer a Enrique Garriga su continua dedicación a la instalación y mantenimiento de los dispositivos experimentales utilizados en el presente estudio.

BIBLIOGRAFIA

- ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; BARRIO ANTA, M.; DIÉGUEZ ARANDA, U. Y ROJO ALBORECA, A.; 2004. Metodología para la construcción de curvas de calidad de estación. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 18: 303-309.
- CALAMA, R.; CAÑADAS, N. & MONTERO, G.; 2003. Interregional variability in site index models for stone pine (*Pinus pinea* L.) stands in Spain. *Ann. For. Sci.* 60: 253-263
- CALAMA, R.; GARRIGA, E.; BACHILLER, A.; GORDO, J.; FINAT, L. Y MONTERO, G.; 2007. PINEA2: Un modelo integrado para la gestión de las masas de *Pinus pinea* L. en la Meseta Norte. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 23: 147-152.
- DEL RÍO, M., ROIG, S.; CAÑELLAS, I. Y MONTERO, G.; 2005. Programación de claras en repoblaciones de *Pinus sylvestris* L. *Monografías INIA: serie forestal* 12: 1-46
- CARMEAN, W.H.: 1972. Site index curves for upland oaks in the central States. *For. Sci.* 18 (2): 109-120.
- CIESZEWSKI, C.; 2002. Comparing fixed- and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *For. Sci.* 48: 7-23.
- CIESZEWSKI, C.J. & BAILEY, R.L.; 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46(1): 116-126.
- CIESZEWSKI, C.J., HARRISON, M. & MARTIN, S.W.; 2000. Practical methods for estimating non-biased parameters in self-referencing growth and yield models. *University of Georgia*. PMRC-TR: 1-11.
- GALLANT, A.R.; 1975. The power of the likelihood ratio test of location in nonlinear regression models. *J. Amer. Statist. Assoc.* 70: 198-203.
- HUANG, S.; PRICE, D. & TITUS, S.J.; 2000. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests. *Forest Ecol. Manage.* 129: 125-141.
- MONTERO, G.; CANDELA, J.A. Y RODRÍGUEZ, A. (eds.), 2004. *El pino piñonero (Pinus pinea L.) en Andalucía. Ecología, distribución y silvicultura*. Consejería de Medio Ambiente. Junta de Andalucía. Sevilla.
- RICHARDS, F.J.; 1959. A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Bot.* 10: 290-300.
- SAS INSTITUTE INC.; 2004. *SAS/ETS®. 9.1. User's Guide*. SAS Institute Inc. Cary. NC.
- ZIMMERMAN, D.L. & NÚÑEZ-ANTÓN, V.; 2001. Parametric modelling of growth curve data: an overview. *Test* 10(1): 1-73.