

ELABORACIÓN DE UN MODELO DE PERFIL DE COPA PARA *PINUS RADIATA* D. DON EN GALICIA

Felipe Crecente-Campo, Fernando Amigo-López, Juan Gabriel Álvarez-González y Ulises Diéguez-Aranda

Departamento de Ingeniería Agroforestal. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Santiago de Compostela. Campus universitario s/n. 27002-LUGO (España). Correo electrónico: felipecc@lugo.usc.es

Resumen

En este trabajo se desarrolla un modelo de perfil de copa para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Para ello se utilizaron datos obtenidos en 56 parcelas de investigación que la *Unidade de Xestión Forestal Sostible* (UXFS) de la Universidad de Santiago de Compostela mantiene en plantaciones de dicha especie en Galicia. En cada parcela se midieron dos perfiles de copa en ocho árboles: dos dominantes, dos codominantes, dos intermedios y dos sumergidos. Se analizaron tanto formas geométricas sencillas como modelos matemáticos para describir el perfil de la copa. La mejor opción para describir el perfil de la copa es la combinación entre los modelos de KÄNDLER (1986), MARSHALL et al. (2003) o RAUTIAINEN & STENBERG (2005) para la parte de luz y la elipse para la de sombra.

Palabras clave: *Modelización, Competencia, Plantaciones*

INTRODUCCIÓN

La copa de los árboles juega un papel esencial en su desarrollo, al ser la estructura en la que tienen lugar algunos de los procesos fisiológicos que dan lugar al crecimiento del individuo: fotosíntesis, respiración y transpiración. Por tanto, una adecuada descripción y caracterización de la copa, mediante el desarrollo de modelos específicos, es un paso fundamental para la realización de simulaciones de la evolución de los árboles individuales y del rodal en su conjunto.

Se han empleado gran variedad de modelos para describir la forma de la copa de los árboles. Las formas geométricas sencillas (círculo, elipse, neiloide, triángulo, parábola) se han mostrado suficientes para describir el perfil de la copa de diversas especies (p. ej., MAWSON et al., 1976; SMITH, 1990). En ocasiones ha sido necesario aumentar la flexibilidad de éstas utilizando

modelos paramétricos, como los desarrollados por KÄNDLER (1986), MOHREN (1987), PRETZSCH (1992), BALDWIN & PETERSON (1997), MARSHALL et al. (2003) o RAUTIAINEN & STENBERG (2005), que describen el perfil de la copa de diferentes especies a partir de variables como su diámetro máximo y su longitud, y que en ocasiones emplean diferentes ecuaciones para la copa de luz y la copa de sombra (parte de la copa por encima o por debajo de su diámetro máximo, respectivamente). También se ha empleado regresión no paramétrica con una única variable regresora para describir el perfil de la copa de alguna especie (DORUSKA, 1998). Por último, ZEIDE & GRESHAM (1991) describieron el perfil de la copa de los árboles en función de su dimensión fractal.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de perfil de copa para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Con este modelo se podrán cal-

cular, en el futuro, índices de competencia dependientes del tamaño de la copa.

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos

Para la elaboración de este trabajo se emplearon datos de 56 parcelas de una red que la *Unidade de Xestión Forestal Sostible* (UXFS) de la Universidad de Santiago de Compostela mantiene en plantaciones monoespecíficas de pino radiata en Galicia.

El tamaño de parcela oscila entre 625 y 1200 m², dependiendo de la densidad de la masa, para inventariar un mínimo de 30 árboles por parcela. Las parcelas seleccionadas representan las diferentes combinaciones de edad, densidad y calidad de estación presentes en las masas objeto de estudio. Una descripción detallada de estas parcelas aparece en CASTEDO-DORADO et al. (2007).

En el invierno de 2004 y 2005 se realizó el tercer inventario de las 56 parcelas mencionadas, en las que se midió con forcípula el diámetro normal de todos los árboles (*D*, cm); con hipsómetro Vertex III la altura total (*HT*, m) y la altura de la base de la copa viva (*HBLC*, m, altura a la que se encuentra la inserción en el tronco del primer verticilo que contiene acículas vivas) de 30 árboles elegidos aleatoriamente en cada parcela; con hipsómetro Suunto y cinta métrica dos diámetros perpendiculares de la copa en proyección horizontal (*MCW*, m) también de esos 30 árboles, y con hipsómetro Vertex III la altura total de la proporción, en función de la superficie de la parcela, de los 100 pies más gruesos por hectárea con aspecto de dominantes. Además, se seleccionaron 8 árboles de cada parcela para la medición de su perfil de copa, tra-

tando de que quedasen representadas todas las clases sociológicas existentes; se escogieron así 2 árboles dominantes, 2 codominantes, 2 intermedios y 2 sumergidos.

La medición de los perfiles de copa se realizó con un aparato similar al utilizado por HUSSEIN et al. (2000), compuesto por una pieza de metacrilato transparente de 25x40 cm que está unida a un jalón. Sobre el metacrilato se superpone una transparencia con una malla cuadrada que sirve como referencia para efectuar las mediciones. Una vez que el operador se sitúa a una distancia adecuada del árbol desde la que es posible encajar toda su copa en la transparencia, el jalón debe clavarse en el suelo de manera que permanezca paralelo al eje del árbol para asegurar la consistencia angular. Manteniendo fijo el punto de observación, se van dibujando los puntos característicos del perfil exterior de la copa del árbol sobre la transparencia: ápice del árbol, inserción en el tronco del primer verticilo que contiene acículas vivas, puntos donde se encuentran estas primeras acículas vivas y puntos significativos del borde exterior de la copa del árbol. Las principales variables de copa medidas, así como las relaciones geométricas utilizadas con esta metodología se muestran en la figura 1.

Una vez conocida la longitud de copa del árbol ($CL = HT - HBLC$, m) y medida la distancia sobre la transparencia entre el ápice del árbol y el punto de la base de la copa, la relación $CL_{real}/CL_{transparencia}$ proporciona el factor de escala que debe utilizarse para calcular el radio de cada punto del perfil y su distancia vertical con respecto a la base de la copa. La transparencia con el perfil de cada árbol se digitalizó y se trató con el programa AutoCAD®, para escalar la imagen. Posteriormente se empleó el programa

Variable	Media	Mínimo	Máximo	Desv. estándar
Nº puntos/copa	14,5	8	24	2,7
<i>D</i>	27,6	7,0	71,6	10,1
<i>HT</i>	23,5	9,3	36,7	5,6
<i>HBLC</i>	14,4	5,0	26,3	4,0
<i>CL</i>	9,1	1,7	18,5	3,8
<i>MCR</i>	1,60	0,25	5,00	0,78

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de la muestra de árboles empleada. *D*: diámetro normal (cm); *HT*: altura total (m); *HBLC*: altura de la base de la copa (m); *CL*: longitud de copa (m); *MCR*: radio máximo de la copa (m)

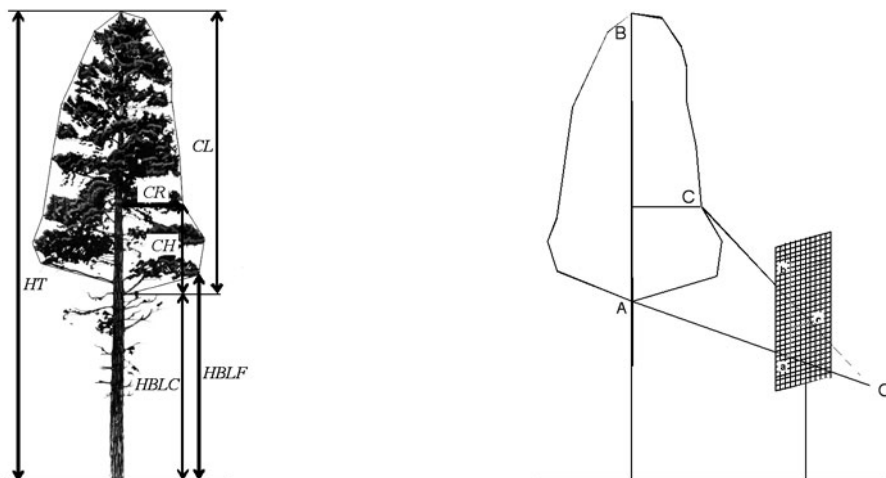


Figura 1. Esquema de las principales variables de copa, y relaciones geométricas utilizadas con la metodología del crown window. HBLC: altura de la base de la copa (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto) (m); HBLF: altura de las primeras acículas vivas (m); CR: radio de la copa en cada punto de medición (m); CH: altura de la copa desde HBLC en el punto de medición del radio (m); CL: longitud total de la copa (m); HT: altura total del árbol (m) (nótese que cada uno de los perfiles de la copa se mide de forma independiente, por lo que el valor de las variables antes citadas puede diferir para un mismo árbol)

ArcView®, para determinar las coordenadas de cada punto de la copa mediante el script “adxycocoo.ave”. En la tabla 1 se presentan los estadísticos descriptivos más importantes de la muestra de datos finalmente utilizada.

Modelos analizados

Los datos recogidos en campo se emplearon para ajustar los modelos indicados en la tabla 2, que son modelos habitualmente empleados en estos estudios. En prácticamente todos los casos se utiliza un modelo para la copa de luz y otro para la copa de sombra, a excepción de los modelos polinómicos, que usan una única función matemática para describir todo el perfil de la copa, y los de KÄNDLER (1986) y RAUTIAINEN & STENBERG (2005), que sólo están definidos para la copa de luz.

Ajuste y selección de modelos

La estimación de los parámetros de los modelos lineales se realizó por mínimos cuadrados utilizando el procedimiento REG del programa SAS/STAT®, (SAS INSTITUTE INC., 2004). En el caso de los modelos no lineales se utilizó el procedimiento NLIN del mismo programa.

El análisis de la capacidad de ajuste de los modelos se basó en comparaciones numéricas y gráficas de los residuos. Así, se calcularon los siguientes estadísticos: el coeficiente de determinación (R^2) y la raíz del error medio cuadrático (REMC). Aunque existen opiniones fundamentadas que plantean dudas en relación con el empleo del R^2 en la selección de modelos, este estadístico da una idea bastante intuitiva de la variabilidad que explican; no obstante, nunca debe utilizarse como único criterio para elegir el mejor modelo (MYERS, 1990). Las expresiones de estos estadísticos son las siguientes:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [1]$$

$$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \quad [2]$$

donde Y_i , \hat{Y}_i e \bar{Y} son respectivamente los valores observado, estimado y promedio de la variable dependiente, n es el número total de observaciones utilizado para ajustar el modelo y p es el número de parámetros a estimar.

Modelo	Expresión matemática
Elipse	$CR_i = MCR \cdot \sqrt{1 - D_i^2 / L_u^2}$ [1]
	$CR_j = MCR \cdot \sqrt{1 - D_j^2 / L_o^2}$ [2]
Recta	$CR_i = MCR \cdot D_i / L_u$ [3]
	$CR_j = MCR \cdot D_j / L_o$ [4]
Polinomio	$RCH = a_0 + a_1 \cdot RCH + a_2 \cdot RCH^2 + \dots + a_z \cdot RCH^z$ [5]
KÄNDLER (1986)	$CR_i = MCR \cdot \left(1 - (D_i / L_u)^{1/a_1}\right)^{1/a_2}$ [6]
PRETZSCH (1992)	$CR_i = MCR \cdot ((CL - CH) / L_u)^{a_1}$ [7]
	$CR_j = MCR \cdot \frac{L_u \cdot (CR_{BLF} - MCR)}{L_o - CH_{BLF}} + \frac{CR_{BLF} - MCR}{L_o - CH_{BLF}} \cdot (CL - CH)$ [8]
MARSHALL et al. (2003)	$CR_i = MCR \cdot ((CL - CH) / L_u)^{a_0 + a_1 \cdot ((CL - CH) / L_u)^{1/2} + a_2 \cdot (h/d)}$ [9]
	$CR_j = a_3 \cdot MCR$ [10]
RAUTIAINEN & STENBERG (2005)	$CR_i = \left\{ \left[1 - (D_i / L_u)^{a_1} \right] \cdot MCR^{a_2} \right\}^{1/a_1}$ [11]

Tabla 2. Modelos analizados para describir el perfil de copa. CR_i : radio de la copa de luz en cada punto de medición (m); MCR : radio máximo de la copa (m); D_i : distancia vertical entre cada radio de la copa de luz y el radio máximo (m); L_u : longitud de la copa de luz (m); CR_j : radio de la copa de sombra en cada punto de medición (m); D_j : distancia entre cada punto del radio de copa de sombra y el radio máximo (m); L_o : longitud de la copa de sombra (m); RCH : radio de copa relativo (adimensional); RCH : longitud de copa relativa (adimensional); z : grado del polinomio; CR_{BLF} : radio del punto en el que se encuentran las primeras acículas vivas de la copa; CH_{BLF} : distancia vertical entre el punto en que se encuentran las primeras acículas vivas y la base de la copa; a_0 - a_z : parámetros a estimar en el ajuste

Además de los estadísticos descritos, una de las maneras más eficientes de evaluar la capacidad de ajuste de un modelo es la inspección visual, por lo que se analizaron los gráficos de residuos frente a valores predichos de cada uno de los modelos ajustados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la tabla 3 se muestran las estimaciones de los parámetros y sus correspondientes errores estándar obtenidos para cada ecuación. Todos los parámetros resultaron significativos a un nivel de confianza del 5%, excepto los parámetros a_1 y a_2 del modelo de MARSHALL et al. (2003), que se reajustó nuevamente sin incluir dichos parámetros.

En la tabla 4 se exponen los estadísticos de comparación de los modelos analizados. Teniendo en cuenta que los modelos de KÄNDLER (1986) y RAUTIAINEN & STENBERG (2005) sólo permiten describir la copa de luz, la comparación de modelos se realizó en primer lugar para esta parte de la copa. Así, los modelos de KÄNDLER (1986),

PRETZSCH (1992) MARSHALL et al. (2003) y RAUTIAINEN & STENBERG (2005) explicaron aproximadamente el 93% de la variabilidad del radio de copa a diferentes alturas (ver R^2 en la tabla 4), con un error medio de 0,19 m. La elipse y el modelo polinómico de cuarto grado explicaron aproximadamente el 88% de la variabilidad del radio de copa, con un error medio inferior a 0,26 m.

Con respecto a la parte de la copa de sombra, la elipse fue la que mejor describió su perfil, explicando el 95% de la variabilidad del radio de copa, con un error medio de 0,18 m. Aunque aparentemente el modelo de PRETZSCH (1992) proporcionó mejores resultados, no puede compararse con el resto de modelos, puesto que se ajustó con un conjunto menor de datos. Esto se debe a que este modelo define la base de la copa como la altura a la que se encuentran las primeras acículas vivas, por lo que la inserción sobre el tronco de las ramas que contienen estas primeras acículas vivas (*HBLC*) no forma parte de la copa. A continuación estuvo el modelo polinómico de cuarto grado, que explicó el 87% de la variabilidad del radio de copa, con un error medio de 0,28 m.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar	NC
Polinomio de segundo grado	a_0	0,1210	0,00593	12,81
	a_1	3,699	0,0286	
	a_2	-3,833	0,0279	
Polinomio de tercer grado	a_0	0,06786	0,00576	68,76
	a_1	5,283	0,0582	
	a_2	-8,284	0,1474	
	a_3	2,996	0,0977	
Polinomio de cuarto grado	a_0	0,01767	0,00473	352,56
	a_1	9,004	0,0792	
	a_2	-28,35	0,3674	
	a_3	35,65	0,5733	
	a_4	-16,31	0,2841	
KÄNDLER (1986)	a_1	0,9644	0,0341	3,97
	a_2	2,016	0,0554	
PRETZSCH (1992)	a_1	0,4829	0,0051	1,02
MARSHALL et al. (2003)	a_0	0,4877	0,0097	1,04
	a_3	0,4663	0,0056	
RAUTIAINEN & STENBERG (2005)	a_1	1,500	0,0112	1,10

Tabla 3. Estimaciones de los parámetros y errores estándar de los modelos analizados. NC: número de condición, definido como la raíz cuadrada del cociente entre el mayor y el menor autovalor de la matriz de correlaciones. De acuerdo con BELSEY (1991), si $NC < 10$ no hay problemas de multicolinealidad, si $30 < NC < 100$ existen problemas de multicolinealidad y si $1000 < NC < 3000$ los problemas son graves

Modelo	Copa entera		Copa de luz		Copa de sombra	
	R^2	REMC	R^2	REMC	R^2	REMC
Dos elipses	0,8905	0,2419	0,8752	0,2581	0,9506	0,1755
Dos rectas	0,6859	0,4096	0,7978	0,3285	0,6766	0,4485
Combinación elipse-recta	0,7365	0,3752	0,8752	0,2581	0,6766	0,4485
Combinación recta-elipse	0,8399	0,2926	0,7978	0,3285	0,9506	0,1755
Polinomio de segundo grado	0,7945	0,3314	0,8185	0,3113	0,7755	0,3739
Polinomio de tercer grado	0,8215	0,3089	0,8339	0,2979	0,8216	0,3334
Polinomio de cuarto grado	0,8715	0,2621	0,8788	0,2545	0,8705	0,2840
KÄNDLER (1986)			0,9342	0,1874		
PRETZSCH (1992)	0,9297	0,1880	0,9340	0,1874	0,9512	0,1471
MARSHALL et al. (2003)	0,7037	0,3979	0,9343	0,1873	0,5495	0,5295
RAUTIAINEN & STENBERG (2005)			0,9302	0,1930		

Tabla 4. Estadísticos de bondad de ajuste de los modelos de perfil de copa analizados

En la descripción del perfil de la copa entera, la combinación de dos elipses explicó el 89% de la variabilidad del radio de copa, con un error medio de 0,24 m, mientras que el polinomio de cuarto grado explicó el 87% de la variabilidad del radio de copa, con un error medio de 0,26 m. El modelo de PRETZSCH (1992) proporcionó mejores resultados, pero, como ya se ha mencio-

nado, no puede compararse con el resto de modelos, puesto que se ajustó con un conjunto menor de datos. Los modelos polinómicos proporcionaron todos ellos buenos resultados, mejorando los valores de los estadísticos de bondad del ajuste a medida que aumentó el grado del polinomio. Esta diferencia fue más notable al pasar de un polinomio de tercer grado

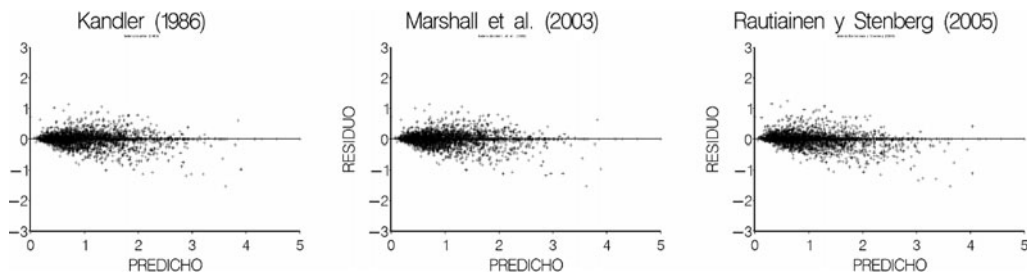


Figura 2. Gráficos de residuos frente a valores predichos de los modelos que mejores resultados proporcionaron para el radio de la copa de luz

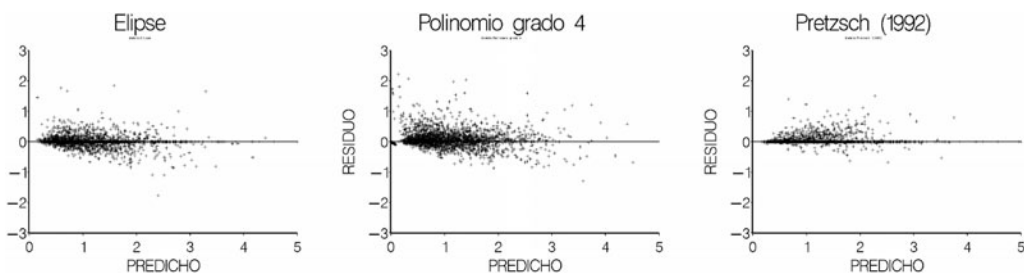


Figura 3. Gráficos de residuos frente a valores predichos de los modelos que mejores resultados proporcionaron para el radio de la copa de sombra

a otro de cuarto; sin embargo, este último presenta una clara multicolinealidad, como indica el número de condición (NC, ver tabla 3).

En la figura 2 se muestran los gráficos de residuos frente a valores predichos para la copa de luz de los modelos que proporcionaron mejores estadísticos de bondad del ajuste. En la figura 3 se muestran gráficos similares para la copa de sombra. Con respecto a la copa de luz, los modelos de KÄNDLER (1986), PRETZSCH (1992), MARSHALL *et al.* (2003) y RAUTIAINEN & STENBERG (2005) presentaron una adecuada distribución de residuos. Lo mismo sucedió con la elipse y el polinomio de cuarto grado en el caso de la copa de sombra.

Otro criterio aplicable en la selección del mejor modelo para la descripción del perfil de la copa fue el número de variables que requiere para su aplicación. En este sentido, si se midiesen todas las variables necesarias en el modelo se penalizaría al que incluye más variables, ya que aumenta el tiempo y el coste del inventario. En el caso de que estas variables se modelizasen también se penalizaría el modelo con más variables, ya que se estaría introduciendo un error en cada

variable estimada. Siguiendo este criterio, los mejores modelos son los polinómicos, pues solamente requieren para su aplicación la longitud total de la copa y su radio máximo. El resto de modelos analizados, excepto el de PRETZSCH (1992), necesitan para su aplicación la longitud total de la copa, su radio máximo y la distancia desde el radio máximo hasta la base del árbol (en total tres variables). El modelo de PRETZSCH (1992) requiere conocer, para su utilización, la longitud total de la copa, su radio máximo, la distancia desde el radio máximo hasta la base de la copa y el radio en la base de la copa (CR_{BLF} y CH_{BLF}) (en total cuatro variables).

Teniendo en cuenta los estadísticos de bondad de ajuste, los gráficos de residuos frente a valores predichos y el número de variables que requiere cada modelo para su aplicación, la mejor opción parece la combinación entre los modelos de KÄNDLER (1986), MARSHALL *et al.* (2003) o RAUTIAINEN & STENBERG (2005) para la copa de luz y la elipse para la copa de sombra. Al no haber diferencias significativas entre los tres primeros modelos mencionados puede elegirse

cualquiera de ellos para el cálculo del perfil de la copa de luz para el pino radiata en Galicia.

BIBLIOGRAFÍA

- BALDWIN, C.V. JR. & PETERSON, K.D.; 1997. Predicting the crown shape of loblolly pine trees. *Can. J. For. Res.* 27: 102–107.
- BELSEY, D.A.; 1991. *Conditioning diagnosis, collinearity and weak data in regression*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- CASTEDO-DORADO, F.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. & ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.G.; 2007. A growth model for *Pinus radiata* D. Don stands in north-western Spain. *Ann. For. Sci.* 64: 453–465.
- DORUSKA, P.F.; 1998. *Methods for quantitatively describing tree crown profiles of loblolly pine (Pinus taeda L.)*. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg. Virginia.
- HUSSEIN, K.A.; ALBERT, M. & GADOW, K.V.; 2000. The crown window—a simple device for measuring tree crowns. *Forstw. Cbl.* 119: 43–50.
- KANDLER, G.; 1986. *Ermittlung von bestandesparametern als Eingangsgrößen für Interzeptionsmodelle mit Hilfe aerophotogrammetrischer Verfahren*. Mitteilungen der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg, Nr. 127.
- MARSHALL, D.D.; JOHNSON, G.P. & HANN, D.W.; 2003. Crown profile equations for stand grown western hemlock trees in northwestern Oregon. *Can. J. For. Res.* 33: 2059–2066.
- MAWSON, J.C.; THOMAS, J.W. & DEGRAAF, R.M.; 1976. *Program HTVOL: the determination of tree crown volume by layers*. USDA For. Serv. Res. Pap. NE-354.
- MOHREN, G.M.J.; 1987. *Simulation of forest growth, applied to Douglas-fir stands in the Netherlands*. Unpublished Ph.D. dissertation. Agricultural University of Wageningen. Wageningen.
- MYERS, R.H.; 1990. *Classical and Modern Regression with Applications*. 2nd Ed. Duxbury Press. Belmont, CA.
- PRETZSCH, H.; 1992. *Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen für Rein- und Mischbestände*. Forstliche Forschungsberichte München, 115. Forstwissenschaftliche Fakultät der Universität München und der Bayer. Forstliche Versuchs- und Forschungsanstalt. München.
- RAUTIAINEN, M. & STENBERG, P.; 2005. Simplified tree crown model using standard forest mensuration data for Scots pine. *Agr. For. Met.* 128: 123–129.
- SAS INSTITUTE INC.; 2004. *SAS/STAT® 9.1 User's Guide*. SAS Institute Inc. Cary. NC.
- SMITH, W.R.; 1990. The static geometric modeling of three-dimensional crown competition. In: Dixon et al. (eds.), *Process modelling of forest growth responses to environmental stress*: 294–302. Timber Press. Oregon.
- ZEIDE, B. & GRESHAM, C.A.; 1991. Fractal dimensions of tree crowns in three loblolly pine plantations of coastal South Carolina. *Can. J. For. Res.* 21: 1208–1212.