

MODELIZACIÓN FORESTAL A TRAVÉS DEL DESARROLLO DE PROCESOS PUNTUALES

Carles Comas González^{1,2}, Jordi Mateu Martínez², Marc Palahí Lozano¹ y Timo Pukkala³

¹ Centre Tecnològic Forestal de Catalunya. Passeig Lluís Companys 23. 08010-BARCELONA (España). Correo electrónico: marc.palahi@ctfc.es

² Departamento de matemáticas, Área de estadística e investigación operativa, Campus Riu Sec. Universidad Jaume I. 12071-CASTELLÓN (España)

³ Foreco Technologies. Av. Diagonal 416, Estudio 2. 08037-BARCELONA (España)

Resumen

Los procesos puntuales son una herramienta básica para el análisis de patrones espaciales forestales. Estos procesos no sólo permiten un análisis exploratorio de estos datos espaciales, sino que también permiten la definición de modelos espaciales explícitos. En este artículo se presentan los principales métodos y modelos de los procesos puntuales aplicados a la ciencia forestal así como la ilustración de estas herramientas con un caso práctico de estudio.

Palabras clave: *Estadística espacial forestal, Patrones puntuales, Estructura forestal, Función de Ripley, Función pair correlation inhomogénea*

INTRODUCCIÓN

Los sistemas forestales son sistemas biológicos dinámicos cuya gestión se basa en información sobre sus condiciones actuales (inventarios) y herramientas predictivas (modelos de crecimiento) desarrolladas en base a información recogida en el pasado (parcelas permanentes).

A pesar del gran número de modelos de crecimiento y producción forestal desarrollados durante los últimos años (ver, por ejemplo, STAGE, 1973; WYKOFF et al., 1982; TECK et al., 1991; MONSERUD & STERBA, 1996; STERBA & MONSERUD, 1997; PALAHI et al., 2003) pocos modelos han considerado información espacial explícita en su formulación (EK & MONSERUD, 1974; PACALA et al., 1993; PUKKALA et al., 1998). Los modelos dependientes de la distancia además de mejorar la capacidad predictiva, permiten analizar problemas selvícolas espaciales (marco de plantación, efecto de pistas, etc) y

analizar dinámicas forestales complejas (MIINA et al., 1991; PUKKALA et al., 1998). En este ámbito también son necesarios modelos para predecir la distribución espacial de los árboles de una masa, los cuales permitan la generación de parcelas suficientemente grandes con las coordenadas de cada árbol (generación de datos sintéticos). Estos modelos permitirían una representación de las masas y una simulación de las operaciones selvícolas más realista y efectiva, así como la comparación de distintos métodos de inventario.

Una primera etapa antes de que un modelo dependiente de la distancia sea confrontado con datos reales es la obtención de información estadística referente a la estructura forestal espacial. El conocimiento de esta estructura espacial es claramente necesario si se quiere definir un esquema forestal predictivo realista basado en índices de competición dependientes de la distancia. Este análisis estadístico preliminar puede rea-

lizarse a través del desarrollo de los procesos puntuales. Un proceso puntual es un mecanismo estocástico que genera un conjunto de puntos $\{x_i\}$ contenidos en una región limitada A (DIGGLE, 2003). Estos procesos no solamente han tenido un papel fundamental para el análisis estadístico de los inventarios forestales, sino que han resultado ser un marco de trabajo inestimable para la definición de modelos forestales espacialmente explícitos (STOYAN & PENTTINEN, 2000).

El objetivo básico de este artículo es la revisión y presentación de los principales métodos y modelos de los procesos puntuales aplicados a la ciencia forestal así como la ilustración de estas herramientas con un caso práctico de estudio.

DETERMINACIÓN DE LA ESTRUCTURA ESPACIAL FORESTAL

La teoría de los procesos puntuales aplicada a la modelización forestal se ha centrado en dos grandes cuestiones: (1) en la estimación de coeficientes y funciones matemáticas para el estudio de la variabilidad (es decir, la estructura espacial); y, (2) el uso de modelos teóricos para el estudio de patrones forestales (ver la revisión de COMAS & MATEU, 2006). Vamos por el momento a centrarnos en la primera cuestión. Numerosos métodos estadísticos han sido desarrollados para estimar el número medio de árboles contenidos en una masa homogénea, es decir la intensidad λ . Un estimador estándar es

$$\hat{\lambda} = N / |A| \quad (1)$$

donde N es el número de árboles contenidos en la región forestal A y $|A|$ es el área de dicha región. En realidad, la intensidad λ es la función de intensidad de un proceso puntual estacionario. Una forma más general de la función de intensidad viene dada por (DIGGLE, 2003)

$$\lambda(x) = \lim_{|dx| \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[N(dx)]}{|dx|} \right\} \quad (2)$$

donde dx es un área infinitesimal alrededor del punto x y $E[N(dx)]$ es el número esperado de puntos dentro de dx . Esta función determina el número medio de árboles en una posición determinada x . DIGGLE (2003) también propone el

uso de una función de intensidad de segundo orden (también llamada densidad producto de segundo orden) para el análisis de la estructura de procesos puntuales definida por

$$\lambda_2(x, y) = \lim_{\substack{|dx| \rightarrow 0 \\ |dy| \rightarrow 0}} \left\{ \frac{E[N(dx)N(dy)]}{|dx||dy|} \right\} \quad (3)$$

para dos posiciones espaciales x y y . Para un proceso puntual estacionario e isotrópico esta función se simplifica para dar $\lambda_2(r)$, donde $r = ||x-y||$. Tradicionalmente para el análisis de patrones forestales se ha utilizado una función derivada de la función de intensidad de segundo orden, la llamada función K de RIPLEY (1976). Esta función multiplicada por la intensidad del procesos puntual, $\lambda K(r)$, define el número esperado de puntos dentro de un círculo de radio r centrado en un punto arbitrario 0 , sin tener en cuenta este punto arbitrario. Por consiguiente, este estadístico es un descriptor de la variabilidad espacial a distintas escalas de análisis. La función K de Ripley puede expresarse en términos de la función *pair correlation* $g(s)$ definida como

$$K(r) = 2\pi \int_0^r g(s) s ds \quad (4)$$

para un círculo de radio r centrado en un punto arbitrario 0 . Esta función denota inhibición entre puntos (árboles) cuando $g(s) < 1$, cuando $g(s) = 1$ es el caso Poisson, mientras que $g(s) > 1$ implica agregación entre puntos. Estas funciones han sido aplicadas para analizar patrones forestales en PENTTINEN et al., (1992), SHAW et al. (2005) y GAVRIKOV & STOYAN (1995) por citar algunos ejemplos.

Paralelamente, los *nearest neighbour measurements* (DIGGLE 2003) han sido también utilizados para analizar la estructura forestal, ver por ejemplo MATEU et al. (1998). Una de estas funciones más utilizadas es la llamada función $G(r)$ que determina la probabilidad de que la distancia entre un árbol y su vecino más cercano sea como mucho r . Un estimador de esta función $G(r)$ puede ser definido vía (DIGGLE, 2003)

$$\hat{G}(r) = n^{-1} \#(r_i < r),$$

donde r_i es la distancia desde el punto i a su vecino más cercano, n es el número de puntos de la región de estudio y $\#$ denota número de puntos.

MODELOS TEÓRICOS PUNTALES UTILIZADOS EN EL ESTUDIO DE PATRONES ESPACIALES

Junto a estas herramientas estadísticas para determinar la estructura forestal espacial, varios procesos puntuales han sido desarrollados para caracterizar patrones forestales espaciales. El proceso de Poisson con intensidad λ es el proceso más simple para la generación de patrones puntuales. A pesar de su importancia en la construcción y definición de la teoría de los procesos puntuales, estos procesos son poco plausibles en sistemas naturales, ya que implican la total independencia entre los puntos que forman el patrón espacial. Este modelo es principalmente utilizado para discernir entre patrones al azar, y patrones agregados y/o regulares.

Generalizando los procesos homogéneos de Poisson, los procesos inhomogéneos de Poisson son una clase de procesos puntuales no-estacionarios cuya función de intensidad es función de la localización espacial $\lambda(x)$. Por ejemplo, DIGGLE (2003) propone un modelo inhomogéneo de Poisson para generar estructuras puntuales con gradientes espaciales vía $\lambda(x,y) = \exp(-2x-y)$. Estos procesos puntuales son fundamentales en la simulación y en el estudio de patrones forestales donde la heterogeneidad pueda ser atribuida a factores deterministas tales como la presencia de un río o la pendiente de una montaña. HEIKKINEN & ARJAS (1999) dan una aplicación forestal de este modelo, mientras que BATISTA & MAGUIRE (1998) utilizan este modelo para simular patrones espaciales de bosques tropicales.

Cuando la función de intensidad es al azar, los modelos de Cox (COX, 1955) son una alternativa a los modelos inhomogéneos de Poisson. Los modelos de Cox con una función de intensidad al azar $Z(x)$ son de especial interés cuando la heterogeneidad espacial en la estructura forestal puede ser explicada por efectos al azar tales como la heterogeneidad ambiental. Estos modelos han sido utilizados para modelizar patrones forestales en, por ejemplo, RATHBUN & CRESSIE (1994) y STOYAN *et al.* (1995). Un ejemplo de proceso de Cox aplicado a la ciencia forestal es el proceso de Thomas (STOYAN *et al.*, 1995) definido como

$$Z(x) = \mu \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{\sigma}(x - x_i)$$

para $\mu > 0$, donde Φ_{σ} es la distribución bivariante Normal con varianza σ^2 y $\{x_i\}$ son puntos de un proceso Poisson.

En muchos casos la estructura espacial forestal puede estar determinada por efectos interactivos entre los árboles contenidos en el patrón espacial. Estas estructuras vienen definidas por ciertas dependencias markovianas que pueden ser simuladas a través de los procesos de Markov o de Gibbs (RIPLEY & KELLY, 1977). Estos modelos de Gibbs son básicos para el estudio de patrones forestales donde sean aparentes los efectos inhibitorios entre los árboles y están basados en funciones de interacción de parejas. Aplicaciones forestales de este tipo de procesos puntuales pueden encontrarse en TOMPPU (1986) y DEGENHARDT & POFAHL (2000).

Hasta el momento, los modelos presentados sólo generan estructuras puntuales puramente espaciales, sin embargo, en la realidad, los bosques se desarrollan dinámicamente a través del tiempo. Aunque el análisis de configuraciones puntuales puramente espaciales puede describir la estructura forestal actual y ayudar a la comprensión de los mecanismos biológicos y ecológicos generadores, el desarrollo de procesos puntuales (marcados) en el espacio y tiempo es claramente necesario si queremos comprender las dinámicas forestales y predecir futuras producciones madereras para largos períodos de tiempo. Esto ha llevado en la última década al desarrollo de nuevos mecanismos estocásticos para generar patrones puntuales (marcados) evolucionando a través del tiempo. Por ejemplo, RENSHAW & SÄRKKÄ (2001) han desarrollado un modelo espaciotemporal que puede ser fácilmente aplicable para el análisis de dinámicas forestales continuas en el espacio y el tiempo (COMAS, 2005).

ANÁLISIS DE UN CASO DE ESTUDIO

Una vez presentadas las principales herramientas estadísticas para el análisis de patrones forestales y los principales modelos puntuales, ilustramos dichas herramientas a través de un

caso práctico de estudio. El área de muestreo son bosques de *Pinus sylvestris*, *P. nigra* y *P. halepensis* situados en la Catalunya central. En cada parcela de radio variable se han tomado las coordenadas espaciales de cada árbol, se ha determinado la especie y se ha obtenido el diámetro a la altura del pecho, la altura y otras variables de interés. En este análisis, nuestro objetivo principal es la descripción de la estructura espacial de estas especies para los montes de la Catalunya central.

Dado que las parcelas muestreadas muestran claros indicios de no-estacionariedad en la distribución espacial de los árboles, hemos decidido analizar estas estructuras puntuales a través de estadísticos de segundo orden inhomogéneos. Para una realización de un proceso puntual inhomogéneo Φ en una región forestal limitada $AC R^2$, BADDELEY et al. (2000) presentan una alternativa a la función pair correlation (Ec. 4) para patrones puntuales no estacionarios

$$\hat{g}_{inh}(r) = \frac{1}{2\pi r|A|} \sum_{x_i, x_j \in \Phi \cap B} \frac{\kappa_b(r - \|x_i - x_j\|)}{\hat{\lambda}(x_i)\hat{\lambda}(x_j)e(x_i, \|x_i - x_j\|)} \quad (5)$$

para una distancia r donde \sum denota la suma de parejas (x_i, x_j) tales que $x_i, x_j \in B$

$$\hat{\lambda}(x) = \sum_{x_i \in \Phi \cap B \setminus \{x\}} \kappa_b(x - x_i) / C_B(x_i)$$

es un estimador insesgado de la función de intensidad para la posición x , siendo

$$C_B(x_i) = \int_A \kappa_b(x - x_i) dx$$

un coeficiente de corrección del efecto borde para el estimador $\hat{\lambda}(x)$, $e(\cdot)$ es un coeficiente de corrección para el efecto borde del estimador $\hat{g}_{inh}(r)$ (RIPLEY, 1976), y $\kappa_b(\cdot)$ es el Kernel de Epanechnikov utilizada para el análisis de patrones forestales (ver PENTTINEN et al., 1992; BADDELEY et al., 2000). La función pair correlation inhomogénea (Ec. 5) denota inhibición entre puntos (árboles) cuando $\hat{g}_{inh}(r) < 1$, cuando $\hat{g}_{inh}(r) = 1$ es el caso Poisson, mientras que $\hat{g}_{inh}(r) > 1$ implica agregación entre puntos.

En la figura 1 podemos ver la media aritmética de la función pair correlation inhomogénea (5) obtenidos para 10, 8 y 9 parcelas circulares de radio variable para las especies *P. sylvestris*, *P. nigra* y *P. halepensis*, respectivamente, junto a sus respectivos intervalos de confianza, es decir ± 2 error estándar. Para *P. sylvestris* existe una clara tendencia a estructuras agregadas para distancias

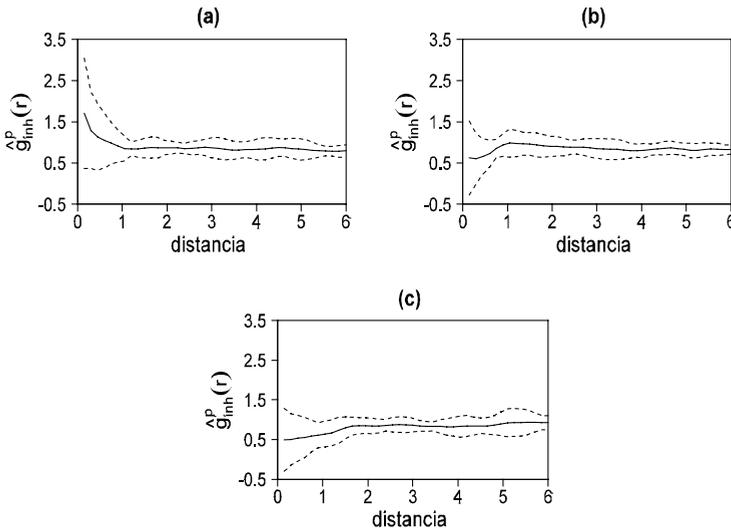


Figura 1. Media aritmética (línea negra), y el intervalo de confianza, error estándar (línea de puntos) para la función pair correlation inhomogénea (Ec. 5) obtenidos para: (a) 10 parcelas de *P. sylvestris*; (b) 8 parcelas de *P. nigra*; y, (c) 9 parcelas de *P. halepensis*

entre árboles inferiores a 1 metro, mientras que para *P. nigra* y *P. halepensis*, esta estructura agregada da paso a una estructura claramente regular para distancias cortas entre árboles.

En la Catalunya central, las masas de *P. sylvestris* son tradicionalmente regeneradas por aclareos sucesivos (ver por ejemplo SMITH et al., 1997). Esta práctica selvícola podría favorecer áreas con altas densidades de regenerado, resultando en grupos de árboles lo que explicaría parcialmente las configuraciones agregadas para distancias cortas. Además, *P. sylvestris* crece a mayores elevaciones que *P. nigra* y *P. halepensis* donde la variabilidad de la calidad de sitio dentro del parcela podría ser mayor, causando distribuciones de árboles mas agregadas. También *P. nigra* es mas tolerante a la sombra que *P. sylvestris* y por tanto podría regenerarse de forma más uniforme que *P. sylvestris* debajo de copa. Las prácticas selvícolas también podrían explicar la estructura regular para distancias cortas de *P. nigra*. Finalmente, *P. halepensis* es especie intolerante a la sombra y bien adaptada a fuegos recurrentes. Por tanto la necesidad de intensidades altas de luz y el consecuente autoaclareo podrían eliminar competidores menos adaptados, explicando la estructura regular de esta especie para distancias cortas entre árboles.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los procesos puntuales son una herramienta básica para el análisis de patrones homogéneos espaciales forestales. Estos procesos no sólo permiten un análisis exploratorio de estos datos espaciales, sino que también permiten la definición de modelos espaciales explícitos. De hecho, el análisis estadístico de patrones forestales, y en particular la descripción de la estructura espacial, es el primer paso antes que análisis mucho mas complicados sean considerados.

Sin embargo el uso de características de segundo orden (por ejemplo la de Ripley) está limitada a patrones estacionarios, patrones que no suelen ser comunes en situaciones forestales reales. Aunque características de segundo orden no-estacionarias han sido recientemente definidas para estudiar patrones no-estacionarios, pocos estudios forestales se han llevado a cabo.

Este trabajo por tanto considera estas herramientas estadísticas para el estudio de masas puras de tres coníferas en la Catalunya central.

Nuestros resultados sugieren que mientras *P. sylvestris* aparece agregado para cortas distancias <1 metro, *P. nigra* y *P. halepensis* mantienen una distancia mínima entre pies. Estas estructuras son probablemente debidas a las características del área forestal, el temperamento de las especies y las prácticas selvícolas aplicadas en la Catalunya central.

Finalmente, decir que el uso de herramientas estadísticas inhomogéneas ha resultado ser muy útil para describir estructuras forestales en el Catalunya central. Sin embargo, más análisis deben de ser realizados para comprender totalmente las dinámicas de estos sistemas complejos. Por ejemplo, un estudio similar se podría llevar a cabo asumiendo las variables de interés (diámetro o altura) para cada árbol.

BIBLIOGRAFÍA

- BADDELEY, A.J.; MØLLER, J. & WAAGEPETERSEN, R.; 2000. Non- and semi-parametric estimation of interaction in inhomogeneous point patterns. *Statistica Neerlandica* 54: 329-350.
- BATISTA, J.L.F. & MAGUIRE, D.A.; 1998. Modeling the spatial structure of tropical forest. *Forest Ecol. Manage.* 110: 293-314.
- COMAS, C.; 2005. *Modelling forest dynamics through the development of spatial and temporal marked point processes*. Ph.D. Thesis. University of Strathclyde. Glasgow.
- COMAS, C. & MATEU, J.; 2006a. Modelling Forest dynamics: a perspective from point process methods. *Biometrical J.* 48(5): 1-21.
- COX, D.R.; 1955. Some statistical methods related with series of events (with discussion). *J. Roy. Statist. Soc. B.* 17: 129-164.
- DEGENHARDT, A. & POFAHL, U.; 2000. Simulation of natural evolution of stem number and tree distribution pattern in a pure pine stand. *Environmetrics* 11:197-208.
- DIGGLE, P.J.; 2003. *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns*. Hodder Arnold.
- EK, A.R. & MONSERUD, R.A.; 1974. *FOREST: a computer model for simulating the growth*

- and reproduction of mixed-species forest stands. Res. Papers R2635. University of Wisconsin.
- GAVRIKOV, V.L. & STOYAN, D.; 1995. The use of marked point processes in ecological and environmental forest studies. *Env. Ecol. Statist.* 2: 331-344.
- HEIKKINEN, J. & ARJAS, E.; 1999. Modeling a Poisson forest in variable elevation: a non-parametric Bayesian approach. *Biometrics* 55: 738-745.
- MATEU, J.; USÓ, J.L. & MONTES, F.; 1998. The spatial pattern of forest ecosystems *Ecol. Model.* 108: 163-174.
- MIINA, J.; KOLSTROM, T. & PUKKALA, T.; 1991. An application of a spatial growth model of scots pine on drained peatland. *Forest Ecol. Manage.* 41: 265-277.
- MONSERUD, R.A. & STERBA, H.; 1996. A basal area increment model for individual trees growing in even-and uneven-aged forest stands in Austria. *Forest Ecol. Manage.* 80: 57-80.
- PACALA, S.W., CANHAM, C.D. & SILANDER, J.A.; 1993. Forest models defined by field measurements: I. The design of a northeastern forest simulator. *Can. J. For. Res.* 23: 1980-1988.
- PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; MIINA, J. & MONTERO, G.; 2003. Individual-tree growth and mortality models for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in north-east Spain. *Ann. Sci. For.* 60:1-10.
- PENTTINEN, A.; STOYAN, D. & HENTTONEN, H.M.; 1992. Marked Point Processes in Forest Statistics. *For. Sci.* 38: 806-824.
- PUKKALA, T., MIINA, J., KURTTILA, M. & KOLSTRÖM, T.; 1998. A spatial yield model for optimizing the thinning regime of mixed stands of *Pinus sylvestris* and *Picea abies*. *Scandin. J. For. Res.* 13: 31-42.
- RATHBUN, S.L. & CRESSIE, N.; 1994. A space-time survival point process for a Longleaf pine forest in Southern Georgia. *J. Am. Statist. Assoc.* 89: 1164-1174.
- RENSHAW, E. & SÄRKKÄ, A. (2001) Gibbs point processes for studying the development of spatial-temporal stochastic processes. *Computational Statistics and Data Analysis* 36: 85-105.
- RIPLEY, B.D.; 1976. The second-order analysis of stationary point processes. *J. Appl. Probability* 13: 255-266.
- RIPLEY, B.D. & KELLY, F.P.; 1977. Markov point processes. *J. London Mathem. Soc.* 15: 182-192.
- SHAW, D.; CHEN, J.; FREEMAN, E.A. & BRAUN, D.M.; 2005. Spatial and population characteristics of dwarf mistletoe infected trees in an old-growth Douglas-fir-western hemlock forest. *Can. J. For. Res.* 35: 990-1001.
- SMITH, D.M.; LARSON, B. C.; KELTY, M.J. & ASHTON, P.M.S. (1997). *The Practice of Silviculture; Applied Forest Ecology*. John Wiley and Sons. New York.
- STAGE, A.R.; 1973. *Prognosis model for stand development*. USDA For. Serv. Res. Pap. INT-137.
- STERBA, H. & MONSERUD, R.A.; 1997. Applicability of the forest stand growth simulator PROGNAUS for the Austrian part of the Bohemian massif. *Ecol. Model.* 98: 23-34.
- STOYAN, D.; KENDALL, W. S. & MECKE, J.; 1995. *Stochastic Geometry and its Applications*. John Wiley and Sons. New York.
- STOYAN, D. & PENTTINEN, A.; 2000. Recent applications of point process methods in Forestry statistics. *Statist. Sci.* 15: 61-78.
- TECK, R.; MOEUR, M. & EAV, B.; 1996. Forecasting ecosystems with the Forest Vegetation Simulator. *J. For.* 94: 7-10.
- TOMPPA, E.; 1986. *Models and methods for analysing spatial patterns of trees*. Communicationes Instituti Forestalis Fenniae. 138. Helsinki
- WYKOFF, W.R., CROOKSTON, N.L. & STAGE, A.R.; 1982. *User's guide to the stand Prognosis model*. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-133.