

# MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA PARA LA GESTIÓN DE LAS PLANTACIONES DE *EUCALYPTUS GLOBULUS* LABILL.

Mercedes Bertomeu García<sup>1</sup>, Juan Carlos Giménez Fernández<sup>1</sup> y Luis Díaz-Balteiro<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Grupo de Investigación Forestal de la Universidad de Extremadura. Titulación de Ingeniería Técnica Forestal. Centro Universitario de Plasencia. Avda. Virgen del Puerto 2. 10600-PLASENCIA (Cáceres). Correo electrónico: bertomeu@unex.es

<sup>2</sup> Grupo de Investigación "Economía y Sostenibilidad del Medio Natural". ETS Ingenieros de Montes. Ciudad Universitaria s/n. 28040-MADRID (España).

## Resumen

El objetivo de este trabajo es formular distintos modelos de programación lineal para la ordenación de las plantaciones de *Eucalyptus globulus* Labill. cuyo destino principal es la producción de madera para la obtención de pasta de papel. Los modelos formulados proporcionan distintas alternativas de gestión a la vez que contemplan la posibilidad de existencia de varias calidades de estación, el aprovechamiento de varios rebrotes antes de destocoñar para iniciar un nuevo ciclo de producción, así como restricciones asociadas al aprovechamiento.

Palabras clave: *Eucalyptus globulus*, Programación por metas, Gestión forestal, Plantaciones

## INTRODUCCIÓN

Las plantaciones de eucalipto (*Eucalyptus globulus* Labill.) constituyen uno de los sistemas forestales orientados a la producción de madera más productivos en Europa, pudiendo llegar a competir seriamente, en cuanto a rentabilidad económica se refiere, con otros usos, especialmente agrícolas. Estas plantaciones adquieren una gran relevancia en Galicia, región donde la industria forestal tiene una notable importancia; baste decir que la cadena de la madera en Galicia, excluyendo la selvicultura, los aprovechamientos, etc., es responsable de la generación del 2% del PIB total y del 13% del PIB de la industria gallega (INSTITUTO GALLEGO DE ESTADÍSTICA, 2007).

Sin embargo, paradójicamente la gran importancia que presentan estas plantaciones no se manifiesta, por lo general, en unos modelos de

gestión y de aprovechamientos óptimos y acordes con sus rendimientos. Hay razones que pueden justificar este hecho, tanto de carácter endógeno (minifundismo) como relativas a la estructura de los mercados (en la práctica funciona como un monopsonio), etc. Sin embargo, existe un conjunto de razones que motivan la situación actual, y que tienen que ver con los aspectos más relacionados con la gestión. Se pudiera pensar que, al tratarse de plantaciones intensivas, los aspectos directamente relacionados con la gestión tendrían que estar contrastados y suficientemente difundidos. Desgraciadamente, esto no es así, y por ello el objetivo principal de este trabajo es mostrar dos modelos de planificación forestal estratégica que tengan en cuenta diversas características de esta especie.

Este trabajo se organiza como sigue: después de unos breves antecedentes, se describirá

la metodología utilizada, así como el material empleado. A continuación se mostrarán los resultados obtenidos, y las implicaciones que se pueden derivar de los mismos.

## ANTECEDENTES

No abundan en España trabajos que aborden problemas relativos a la gestión de las masas de eucalipto utilizando herramientas de optimización, a pesar de que en otros países existen para esta especie modelos ya validados en el sector empresarial, bien sea en Portugal (BORGES et al., 1999), o en Brasil (RODRÍGUEZ & BORGES, 1999). Sin embargo, cabe citar el trabajo de DIAZ-BALTEIRO & RODRÍGUEZ (2006) que aborda el problema de optimización conjunta asociado al método de beneficio de monte bajo habitualmente utilizado para esta especie. Como es bien sabido, en estos casos el gestor debe fijar tanto el turno óptimo en cada rebrote, como el número óptimo de rebrotes.

En cuanto a las aplicaciones de la teoría de la decisión multicriterio en la gestión forestal, la literatura al respecto es, en general, relativamente abundante (DIAZ-BALTEIRO & ROMERO, 2007), aunque no se contabilizan numerosas aplicaciones para el caso de plantaciones con objetivos claramente productivos. Sin embargo, recientemente se ha publicado un trabajo (GÓMEZ et al., 2007) donde se asegura la condición de regulación en una plantación forestal en Cuba, utilizando para ello una metodología que combina la programación fraccional y la programación por metas. Esta última técnica es la que va a servir de base en los modelos que se expondrán en el siguiente apartado. En DIAZ-BALTEIRO & ROMERO (1998) o en BERTOMEU & ROMERO (2002) se pueden encontrar aplicaciones de esta técnica a problemas relativos a la gestión forestal.

Las masas de eucalipto han sido ordenadas tradicionalmente mediante el denominado método de división por cabida. El objetivo de este método es planificar la secuencia de cortas (a hecho o a matorras) durante un horizonte temporal que, en general, tiene una duración igual a la del turno definitivo (denominado turno transitorio o de transformación); de modo que, finalizado dicho horizonte, la masa proporcione anual o periódicamente un ren-

dimiento en volumen de madera constante en los sucesivos turnos de aprovechamiento.

Para lograr dicho objetivo, y suponiendo en principio que toda la masa es de la misma calidad, que la duración del turno definitivo y del turno transitorio es de  $r$  años y que una vez ordenada se pretende obtener rentas anuales, el método propone la corta durante cada año del turno transitorio de una  $r$ -ésima parte de la superficie arbolada. De este modo, transcurrido el turno transitorio existirán masas de todas las edades individuales que comprende el turno en superficies iguales y, por tanto, equiproductivas. No obstante, en los casos en que la distribución inicial de edades esté muy desequilibrada respecto a la ideal (especialmente con exceso de masas muy jóvenes), el turno transitorio deberá tener una duración superior a la del turno definitivo y las superficies de corta anual serán diferentes con objeto de minimizar los sacrificios de cortabilidad.

El problema descrito ya fue resuelto para especies aprovechadas por el método de beneficio de monte alto con el modelo de programación lineal formulado por CURTIS (1962). Por otra parte, en el caso de que en la masa a ordenar existan varias calidades de estación, para lograr la equiproductividad de las futuras superficies de corta (tranzones) se hace preciso modificar el modelo de Curtis, partiendo del cálculo de la producción de una hectárea de calidad media del monte a la edad del turno, y calculando los factores de equivalencia entre las producciones de las distintas calidades presentes y la producción de la hectárea de calidad media.

Sin embargo, en el caso del eucalipto, en el que un ciclo de producción comprende el aprovechamiento de varios rebrotes tras la primera corta, la mencionada modificación del modelo de Curtis no es aplicable debido a que la producción de una masa a la edad del turno varía en función del número de rebrote y a que las masas pasan de un rebrote al siguiente de forma cíclica. En consecuencia, para cumplir la condición de rendimiento sostenido futuro, se haría necesario dividir separadamente la superficie de cada calidad de estación, de forma que, una vez ordenada la masa en cada calidad hubiera masas de todos los rebrotes que comprendiera el ciclo de producción, y en cada rebrote, masas de todas las edades individuales que comprendiera el turno.

## METODOLOGÍA

En este apartado se formula en primer lugar el método de ordenación de división por cabida mediante un modelo de programación por metas (Modelo GP1) para determinar la secuencia óptima de cortas de una masa de eucalipto que conduzca al cumplimiento del objetivo de rendimiento en volumen de madera constante una vez finalizado el horizonte de planificación. Dicho objetivo se persigue mediante el reparto equitativo de la superficie de cada calidad de estación entre todos los rebrotes que comprende un ciclo de producción de longitud dada y todas las edades individuales que comprende el turno en cada rebrote.

En segundo lugar, se formula un modelo de programación por metas alternativo al anterior (Modelo GP2) con el fin de alcanzar de una manera “más flexible” el rendimiento en volumen constante una vez finalizado el horizonte de planificación. Así, mediante dicho modelo, se determina la secuencia de cortas óptima que conduzca a una distribución final de la superficie total en la que no es precisa la existencia simultánea, para cada calidad de estación, de masas de todos los rebrotes y edades individuales que comprende el turno en cada rebrote para obtener un rendimiento en volumen constante en los ciclos de producción sucesivos.

La notación que se utilizará en los modelos es la siguiente:

### Subíndices y parámetros:

- $i$  = subíndice que denota la calidad de estación;  $i = 1, 2, \dots, m$ .
- $j$  = subíndice que denota el turno de aprovechamiento o número de rebrote;  $j = 0, 1, \dots, n$ . Así,  $j = 0$  representa el primer turno de aprovechamiento, de tratamiento de monte alto; mientras que  $j = n$  representa el último rebrote de la masa objeto de aprovechamiento antes de destocoñar y establecer una nueva plantación, esto es, el turno de aprovechamiento  $1 + n$ , de tratamiento de monte bajo.
- $k$  = subíndice que denota la edad (en años) de la masa.
- $r$  = edad del turno (en años), número de edades individuales que comprende el turno y clase de edad que agrupa a las masas con edad mayor o igual que  $r$ .

- $t$  = subíndice que denota el período de corta del horizonte de planificación. Los períodos son de un año y la corta tiene lugar al inicio del período.
- $h$  = número de años que comprende el horizonte de planificación.
- $l$  = subíndice de numeración de las variables de desviación.
- $A_{ijk_1}^0$  = superficie (en hectáreas) de calidad  $i$ , rebrote  $j$  y edad  $k$  existente al inicio del horizonte de planificación.
- $A_i$  = superficie (en hectáreas) de calidad  $i$ .
- $a$  = edad (en años) a partir de la cual se puede cortar la masa.
- $b$  = superficie (en hectáreas) mínima de corta.
- $B$  = superficie de corta arbitrariamente grande.
- $v_{ijkt}$  = volumen de madera (en metros cúbicos) resultante de la corta de una hectárea de calidad  $i$ , rebrote  $j$  y edad  $k$  en el período  $t$ .
- $npv_{ijk_t}$ ,  $npv_{ijk_t}$ ,  $npv_{ink_t}$  = coeficientes que acompañan a las variables  $x_{ijk_t}$ ,  $y_{ijk_t}$  y  $x_{ink_t}$  respectivamente, representando el valor actual neto resultante de la corta/regeneración de una hectárea de calidad  $i$ , rebrote  $j$  y edad  $k$  que se corta en el período  $t$ .

### Variables:

- $x_{ijk_t}$  = variable de decisión que indica la superficie (en hectáreas) de calidad  $i$ , rebrote  $j$  y edad  $k$  que se corta en el período  $t$ , dando lugar a una nueva masa de origen vegetativo (procedente de brotes de cepa) si  $j < n$  y dando paso, en el caso de que  $j = n$ , al establecimiento (implantación) de una nueva masa de rebrote  $j = 0$ .
- $y_{ijk_t}$  = variable de decisión que indica la superficie (en hectáreas) de calidad  $i$ , rebrote  $j$  y edad  $k$  que se corta y destocoña en el período  $t$  dando paso al establecimiento de una nueva masa de rebrote  $j = 0$ . Estas variables se definen para todos los rebrotes excepto el último; esto es  $y_{ink_t} = 0 \forall i, k, t$ .
- $A_{ijk_t}$  = variable que indica la superficie (en hectáreas) de calidad  $i$ , rebrote  $j$  y edad  $k$  existente al inicio del período  $t$ .
- $d^-_l$  = variable de desviación negativa que cuantifica la falta de logro de la meta correspondiente con respecto a su nivel de aspiración.
- $d^+_l$  = variable de desviación positiva que cuantifica el exceso de logro de la meta

correspondiente con respecto a su nivel de aspiración.

- $z_{ijkt}$  = variable binaria que obliga a que la variable de decisión  $x_{ijkt}$  sea nula o tome un valor mayor o igual que la superficie mínima de corta ( $b$ ).
- $t_{ijkt}$  = variable binaria que obliga a que la variable de decisión  $y_{ijkt}$  sea nula o tome un valor mayor o igual que la superficie mínima de corta ( $b$ ).

- $V_t$  = volumen de corta en el año  $t$ -ésimo del horizonte de planificación.
- $V$  = volumen total de corta durante el horizonte de planificación.
- $NPV$  = valor actual neto de la secuencia de cortas durante el horizonte de planificación.

Siguiendo la notación anterior, el Modelo GPI, que formula el método de división por cabida, tiene la siguiente estructura:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{l=1}^{m \cdot (1+n) \cdot r} (d_l^- + d_l^+) \quad (1)$$

sujeta a

$$A_{ijk1} = A_{ijk}^0 \quad \forall i, j, k \quad (2)$$

$$A_{ijkh+1} + d_l^- - d_l^+ = \frac{A_i}{(1+n) \cdot r} \quad \forall i, j, k, l = 1, 2, \dots, m \cdot (1+n) \cdot r \quad (3)$$

$$A_{i01t} = \sum_{k=1}^r x_{inkt-1} + \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^r y_{ijkt-1} \quad \forall i, t = 2, 3, \dots, h+1 \quad (4)$$

$$A_{ij1t} = \sum_{k=1}^r x_{ij-1kt-1} \quad \forall i, j \neq 0, t = 2, 3, \dots, h+1 \quad (5)$$

$$A_{ijkt} = A_{ijk-1t-1} - x_{ijk-1t-1} - y_{ijk-1t-1} \quad \forall i, j, k \neq 1, k \neq r, t = 2, 3, \dots, h+1 \quad (6)$$

$$A_{ijrt} = A_{ijr-1t-1} - x_{ijr-1t-1} - y_{ijr-1t-1} + A_{ijrt-1} - x_{ijrt-1} - y_{ijrt-1} \quad \forall i, j, k = r, t = 2, 3, \dots, h+1 \quad (7)$$

$$x_{ijkt} + y_{ijkt} \leq A_{ijkt} \quad \forall i, j, k, t \quad (8)$$

$$x_{ijkt} - b \cdot z_{ijkt} \geq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (9.1)$$

$$x_{ijkt} - B \cdot z_{ijkt} \leq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (9.2)$$

$$y_{ijkt} - b \cdot t_{ijkt} \geq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (9.3)$$

$$y_{ijkt} - B \cdot t_{ijkt} \leq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (9.4)$$

$$x_{ijkt} = 0 \quad \forall i, j, k \leq a, t \quad (10.1)$$

$$y_{ijkt} = 0 \quad \forall i, j, k \leq a, t \quad (10.2)$$

$$V_t = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^r v_{ijkt} \cdot (x_{ijkt} + y_{ijkt}) \quad t = 1, \dots, h \quad (11.1)$$

$$V = \sum_{t=1}^h V_t \quad (11.2)$$

$$NPV = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^r \sum_{t=1}^h npv_{ijkt} \cdot x_{ijkt} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^r \sum_{t=1}^h npv'_{ijkt} \cdot y_{ijkt} + \quad (12)$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^r \sum_{t=1}^h npv_{inkt} \cdot x_{inkt}$$

$$x_{ijkt} \geq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (13.1)$$

$$y_{ijkt} \geq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (13.2)$$

$$z_{ijkt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k, t \quad (13.3)$$

$$t_{ijkt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k, t \quad (13.4)$$

En el modelo formulado, la función objetivo (1) consiste en minimizar la suma de las variables de desviación de las metas formuladas en el bloque (3), las cuales persiguen el reparto equitativo de la superficie de cada calidad de estación entre todos los rebrotes que comprende un ciclo de producción y todas las edades individuales que comprende el turno en cada rebrote.

El bloque (2) define la situación inicial del monte; esto es, la superficie existente de cada calidad, rebrote y edad al inicio del horizonte de planificación.

A continuación, mediante las variables  $A_{ijktr}$  en las ecuaciones (4)-(7) se cuantifican las superficies de cada calidad, rebrote y edad existentes al inicio de cada período del horizonte de planificación y al finalizar el mismo en función de las superficies cortadas/regeneradas en el período inmediatamente anterior, representadas por las variables de decisión  $x_{ijktr}$  e  $y_{ijktr}$ . De este modo, se controla la evolución de la masa durante el horizonte de planificación.

La restricción endógena incluida en (8) indica que para que una solución sea factible las superficies cortadas/regeneradas de cada calidad, rebrote y edad en cada período del horizonte de planificación deben ser menores o iguales que las correspondientes existencias.

Para conseguir que las superficies cortadas alcancen una superficie mínima que asegure la rentabilidad de estas cortas, se han introducido

las restricciones (9.1)-(9.4). En ellas, y con la ayuda de las variables auxiliares binarias  $z_{ijktr}$  y  $t_{ijktr}$ , se impone que las superficies cortadas/regeneradas (de cada calidad, rebrote y edad) en cada período sean mayores o iguales que un mínimo valor,  $b$ , en caso de tomar un valor distinto de cero. Además, mediante las restricciones (10.1) y (10.2), se evita la corta de las masas que no superen una edad dada,  $a$ ; esto es, se impone como edad mínima de corta el valor  $a + 1$ . Por otra parte, el modelo formulado podría incluir restricciones para limitar la edad máxima de corta (por encima del turno definitivo) durante el turno transitorio.

Por otro lado, es necesario introducir en el modelo los criterios tradicionalmente empleados para gestionar estas masas. Así, en (11.1) se recogen las identidades contables del volumen de corta de cada período del horizonte de planificación, y mediante la identidad contable (11.2) se calcula el volumen total de corta durante el horizonte de planificación. Asimismo, la ecuación (12) proporciona el valor actual neto de la secuencia de cortas asociadas a dicho horizonte. Finalmente, en las restricciones (13.1)-(13.4) se define el dominio de las variables de decisión y de las variables auxiliares.

Como alternativa al modelo explicado, el Modelo GP2, formulado con el mismo objetivo de cumplimiento de la condición de rendimiento sostenido en volumen finalizado el horizonte de planificación presenta la siguiente estructura:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{t=1}^{(1+n) \cdot r - 1} (d_t^- + d_t^+) \tag{14}$$

sujeta a

$$A_{ijk1} = A_{ijk1}^0 \quad \forall i, j, k \tag{15}$$

$$V_t - V_{t+1} + d_t^- - d_t^+ = 0 \quad t = h + 1, \dots, h + (1+n) \cdot r - 1; \\ l = 1, \dots, (1+n) \cdot r - 1 \tag{16}$$

$$V_{h+s} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n v_{ijr} \cdot A_{ij,r+1-s,h+1} \quad s = 1, \dots, r \tag{17.1}$$

$$V_{h+r+s} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{n-1} v_{i,j+1,r} \cdot A_{ij,r+1-s,h+1} + \\ + \sum_{i=1}^m \sum_{j=n}^n v_{i,j-n,r} \cdot A_{ij,r+1-s,h+1} \quad s = 1, \dots, r \tag{17.2}$$

$$V_{h+2r+s} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{n-2} v_{i,j+2,r} \cdot A_{ij,r+1-s,h+1} +$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{j=n-1}^n v_{i,j-(n-1),r} \cdot A_{ij,r+1-s,h+1}$$

$$s = 1, \dots, r \tag{17.3}$$

⋮

$$V_{h+nr+s} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^0 v_{ijr} \cdot A_{i,n-j,r+1-s,h+1} +$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_{i,j-1,r} \cdot A_{ij,r+1-s,h+1}$$

$$s = 1, \dots, r \tag{17.n+1}$$

**Bloques (4)-(13) del Modelo GP1**

La función objetivo (14) consiste en minimizar la suma de las variables de desviación de las metas formuladas en el bloque (16), las cuales persiguen la igualdad de los volúmenes de corta entre cada dos períodos consecutivos de un ciclo de producción definitivo a partir del período  $h + 1$ ; mientras que, al igual que en el Modelo GP1, el bloque (15) define la superficie existente de cada calidad, rebrote y edad al inicio del horizonte de planificación.

Por otro lado, los bloques (17.1)-(17.n+1) representan las identidades contables para los volúmenes de corta de cada período de los sucesivos turnos que comprende un ciclo de producción definitivo, considerando que para cada período de corta sólo se contempla la corta de las masas cuya edad sea la del turno; esto es, a partir del año, el volumen total de corta en un año cualquiera provendrá de la corta/regeneración de masas que en dicho período tengan la edad del turno ( $r$ ). Así, mediante la ecuación (17.1) se definen los volúmenes de corta correspondientes a los  $r$  períodos del primer turno; en (17.2) se definen los volúmenes de corta correspondientes a los  $r$  períodos del segundo turno, y así sucesivamente hasta definir los volúmenes de corta correspondientes al último turno ( $1+n$ ) del ciclo de producción mediante el bloque (17.n+1). Finalmente, el Modelo GP2 también incluye las restricciones y ecuaciones (4)-(13) del Modelo GP1.

**CASO DE ESTUDIO**

Los modelos formulados se aplicaron a una plantación real de *Eucalyptus globulus* Labill.

de 156,52 hectáreas situada en el norte de la provincia de Lugo, constituida por 24 rodales con una superficie media de 6,52 ha, y edades comprendidas entre los 6 y 15 años. La masa se encuadra dentro de las calidades II y III definidas en las tablas de producción construidas para Galicia por FERNÁNDEZ LÓPEZ (1982, citado en MADRIGAL et al., 1999) considerando los dos primeros turnos después de la plantación. La calidad II ( $i = 1$ ) ocupa una superficie ( $A_1$ ) de 89,21 ha, y la calidad III ( $i = 2$ ), una superficie ( $A_2$ ) de 67,31 ha. Por otra parte, las masas de todos los rodales son de rebrote  $j = 0$ . En la tabla 1 se resume la información sobre esta masa.

En cuanto a los flujos de caja asociados a esta plantación, el único cobro que se ha contabilizado son los ingresos derivados de la corta final de estas plantaciones. Los costes derivados de la plantación y gestión se recogen en la tabla 2, el precio de la madera para pasta de papel, destino habitual de estas masas, se fijó en 30 €/m<sup>3</sup> c.c. en cargadero de camión, y para el cálculo del VAN se asumió una tasa de descuento de 4%.

Es preciso resaltar el hecho de que el único objetivo en la gestión de estas masas es la producción de madera para pasta de papel. Se descartan otros usos de la madera, así como la inclusión de otros criterios y/o restricciones (biodiversidad, paisaje, captura de carbono, etc.).

Por otra parte, la longitud del ciclo de producción y el turno se han fijado de acuerdo con los resultados obtenidos por DIAZ-BALTEIRO & RODRÍGUEZ (2006), donde, bajo la hipótesis de la maximización del Valor Esperado del Suelo

| Rodal | Superficie (ha) | Edad (años) | Calidad de estación |
|-------|-----------------|-------------|---------------------|
| 1     | 8,58            | 13          | III                 |
| 2     | 6,10            | 8           | III                 |
| 3     | 8,91            | 12          | III                 |
| 4     | 10,14           | 8           | II                  |
| 5     | 2,97            | 8           | III                 |
| 6     | 2,62            | 8           | II                  |
| 7     | 4,88            | 11          | II                  |
| 8     | 7,64            | 6           | II                  |
| 9     | 5,53            | 10          | III                 |
| 10    | 4,22            | 12          | II                  |
| 11    | 7,37            | 15          | II                  |
| 12    | 6,83            | 8           | II                  |
| 13    | 7,27            | 6           | II                  |
| 14    | 4,57            | 11          | III                 |
| 15    | 2,49            | 11          | II                  |
| 16    | 3,35            | 7           | III                 |
| 17    | 7,74            | 14          | III                 |
| 18    | 9,57            | 15          | II                  |
| 19    | 9,66            | 14          | III                 |
| 20    | 12,54           | 7           | II                  |
| 21    | 5,60            | 14          | II                  |
| 22    | 9,90            | 6           | III                 |
| 23    | 6,47            | 14          | II                  |
| 24    | 1,57            | 12          | II                  |

**Tabla 1.** Características de la masa

(LEV), se ha observado que para las condiciones de estas plantaciones, tanto endógenas (calidad de estación media), como exógenas (tasa de descuento y precio de la madera), el ciclo de producción óptimo consta de tres turnos (el primero de tratamiento de monte alto más los dos rebrotos sucesivos) y la duración promedio de cada turno es de 15 años; es decir, de acuerdo con la notación empleada en los modelos,  $j = 0, 1, 2$  y  $r = 15$ .

Asimismo, para las dos calidades y los tres turnos se fijó una edad mínima de corta de 12 años ( $a = 11$ ) y una superficie mínima de corta ( $b$ ) de 0,5 hectáreas. Además, se acepta que las productividades de las calidades II y III durante el tercer turno son iguales a las indicadas por las tablas de producción para el primer turno. Por último, se adopta un horizonte de planificación ( $h$ ) de 15 años, y se asume que no existen

variaciones en la producción debidas al cambio tecnológico.

Dado que la superficie de calidad II es de 89,21 hectáreas, en las metas del Modelo GP1, que formula el método de división por cabida, se fijó en 1,98 hectáreas el nivel de aspiración para la superficie de cada rebrote y edad una vez transcurrido el horizonte de planificación; ya que un ciclo de producción definitivo comprendería tres turnos de aprovechamiento (rebrotos  $j = 0, j = 1$  y  $j = 2$ ), cada turno tendría una duración de  $r = 15$  años, y las cortas serían anuales. De manera análoga, siendo la superficie de calidad III de 67,31 hectáreas, las metas correspondientes persiguen una superficie final de 1,49 ha para cada rebrote y edad. Finalmente, los modelos fueron resueltos utilizando el programa de optimización LINGO 4.0 (LINDO Systems, 1999).

| Año | Concepto | Suma Pagos (€/ha) |
|-----|----------|-------------------|
| 0   | A+B+C+D  | 1297,2            |
| 2   | A        | 500,0             |
| 4   | A+D      | 575,0             |
| ... |          |                   |
| 15  |          | 0,0               |
| 0   |          | 0,0               |
| 1   |          | 0,0               |
| 2   | E+A      | 900,0             |
| 4   | D+A      | 575,0             |
| ... |          |                   |
| 15  |          | 0,0               |
| 0   |          | 0,0               |
| 1   |          | 0,0               |
| 2   | E+A      | 900,0             |
| 4   | D+A      | 575,0             |
| ... |          |                   |
| 15  |          | 0,0               |
| 0   | F+B+C+D  | 1697,2            |
| 1   |          | 0,0               |
| 2   | A        | 500,0             |
| 4   | A+D      | 575,0             |
| ... |          |                   |
| 15  |          | 0,0               |

**Tabla 2.** Costes de plantación y gestión (A = Limpiezas y desbroces; B = Preparación del terreno; C = Plantación; D = Abonado; E = Selección brotes; F = Desbroces y destocoado)

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados del Modelo GP1 muestran que en un horizonte de planificación de 15 años no es posible alcanzar la estructura global deseada (la serie ordenada de tranzones en cada calidad y rebrote) a pesar de la introducción de las variables de decisión  $y_{ijktr}$  que permiten la implantación de una nueva masa (tras la corta y destocoado) antes del tercer turno de aprovechamiento con el fin de acortar el turno transitorio o de transformación. Así, si se analiza la distribución de la superficie de cada calidad y rebrote ( $A_{ij}$ ) en el año  $t = 16$  recogida en la Tabla 3, se observan superficies de todas las edades que comprende el turno para los rebrotes  $j = 0$  y  $j = 1$ ; mientras que del rebrote  $j = 2$  solo hay masas de 1, 2 y 3 años de edad.

Ello es debido a que todas las masas existentes inicialmente son de rebrote  $j = 0$ , por lo que

el horizonte de planificación, de duración igual a un solo turno, no es lo suficientemente largo como para permitir alcanzar masas del segundo rebrote de más de 3 años de edad. Por lo tanto, para alcanzar la estructura global deseada mediante el método de división por cabida, una posibilidad consistiría en resolver el Modelo GP1 para un horizonte de planificación mayor.

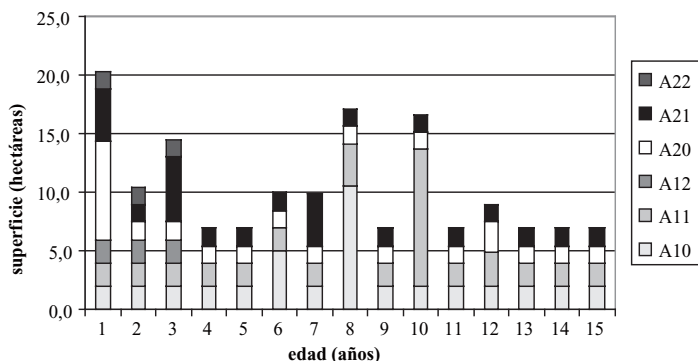
Asimismo, se observa que las superficies finales de ciertos rebrotes y edades se alejan mucho de las superficies deseadas (valores en negrita en la tabla 3). La figura 1 muestra gráficamente los resultados comentados y recogidos en la tabla 3.

La secuencia de cortas que propone el Modelo GP1 supone un volumen total durante el horizonte de planificación de 67.970 m<sup>3</sup> y un valor actual neto de 1.418.704€. Por otra parte, el volumen total que se obtendría en un ciclo de produc-



|                 | k=1  | k=2  | k=3  | k=4  | k=5  | k=6  | k=7  | k=8   | k=9  | k=10  | k=11 | k=12 | k=13 | k=14 | k=15 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|-------|------|------|------|------|------|
| A <sub>10</sub> | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 5,00 | 1,98 | 10,56 | 1,98 | 1,98  | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 |
| A <sub>11</sub> | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 3,58  | 1,98 | 11,66 | 1,98 | 2,91 | 1,98 | 1,98 | 1,98 |
| A <sub>12</sub> | 1,98 | 1,98 | 1,98 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00 | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| A <sub>20</sub> | 8,43 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,49  | 1,49 | 1,49  | 1,49 | 2,62 | 1,49 | 1,49 | 1,49 |
| A <sub>21</sub> | 4,42 | 1,49 | 5,58 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 4,37 | 1,49  | 1,49 | 1,49  | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,49 |
| A <sub>22</sub> | 1,49 | 1,49 | 1,49 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00  | 0,00 | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

**Tabla 3.** Distribución final de la superficie por calidad de estación, rebrote y edad según el Modelo GP1



**Figura 1.** Distribución de la superficie por calidad de estación, rebrote y edad al final del horizonte de planificación según el modelo GP1

ción definitivo de 45 años una vez conseguida la serie ordenada de tranzones sería de 180.637 m<sup>3</sup>.

Con el fin de comparar posteriormente las soluciones obtenidas con los dos modelos formulados, en la figura 2, que muestra la evolución de las cortas durante el horizonte de planificación, se han incluido también los volúmenes que se obtendrían en los 45 años siguientes una vez finalizado el horizonte de planificación, suponiendo hipotéticamente que a partir del año 16 solo fueran a cortarse las masas que alcanzaran en cada período la edad del turno. De este modo, en dicha figura se observa que si se pretendiera perpetuar la estructura final alcanzada en el año 16, los volúmenes de corta sucesivos no serían constantes (oscilando entre un valor mínimo de 2.531 m<sup>3</sup> y un máximo de 7.547 m<sup>3</sup>, y siendo la máxima diferencia entre dos períodos de corta consecutivos de 4.798 m<sup>3</sup>).

Si analizamos la solución obtenida con el Modelo GP2 (ver tabla 4 y figura 3), se observa que la superficie de cada calidad resulta mucho menos compartimentada con respecto a la solu-

ción del Modelo GP1. Ello es debido a que el Modelo GP2 no precisa de la existencia simultánea final de todos los rebrotes y edades en cada rebrote para lograr un rendimiento sostenido en volumen una vez finalizado el horizonte de planificación, como puede observarse en la figura 4.

La secuencia de cortas que propone el Modelo GP2 durante el horizonte de planificación supone un volumen total de corta de 60.287 m<sup>3</sup> y un valor actual neto de 1.234.384€.

Si se analiza la evolución del volumen de corta (Figura 4) durante un ciclo de producción definitivo de tres turnos, una vez finalizado el horizonte de planificación, se observa que el volumen de corta se mantiene constante, en 4.112 m<sup>3</sup>, durante los dos primeros turnos definitivos, para bajar un 7,1% (a 3.819 m<sup>3</sup>) durante cada año del tercer turno de ciclo de producción definitivo. Por otra parte, el volumen total de corta durante un ciclo de producción definitivo sería de 180.643 m<sup>3</sup>; esto es, prácticamente el mismo volumen que con una masa ordenada según el Modelo GP1 (180.637 m<sup>3</sup> como se comentó anteriormente).

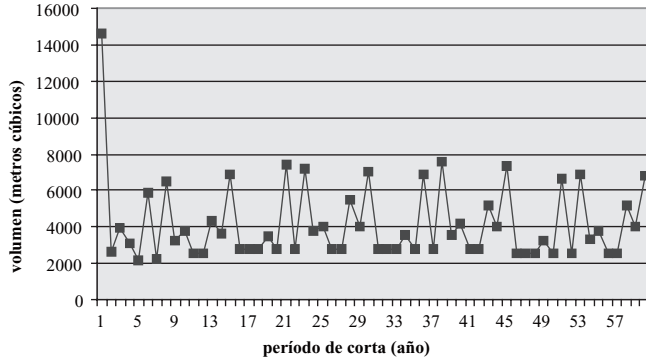


Figura 2. Evolución del volumen de corta con el Modelo GP1

|                 | k=1  | k=2  | k=3  | k=4  | k=5  | k=6  | k=7  | k=8  | k=9  | k=10 | k=11 | k=12 | k=13 | k=14 | k=15 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A <sub>10</sub> | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 2,24 | 2,24 | 5,19 | 5,19 | 2,24 | 2,24 | 5,19 | 2,24 | 5,19 | 5,19 | 2,24 | 2,24 |
| A <sub>11</sub> | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 5,19 | 5,19 | 2,24 | 2,24 | 5,19 | 5,19 | 2,24 | 5,19 | 2,24 | 2,24 | 5,19 | 5,19 |
| A <sub>12</sub> | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| A <sub>20</sub> | 5,73 | 5,73 | 5,73 | 2,35 | 2,35 | 0,00 | 0,00 | 2,35 | 2,35 | 0,00 | 2,35 | 0,00 | 0,00 | 2,35 | 2,35 |
| A <sub>21</sub> | 5,73 | 5,73 | 5,73 | 0,00 | 0,00 | 2,35 | 2,35 | 0,00 | 0,00 | 2,35 | 0,00 | 2,35 | 2,35 | 0,00 | 0,00 |
| A <sub>22</sub> | 1,59 | 1,59 | 1,59 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Tabla 4. Distribución final de la superficie por calidad de estación, rebrote y edad según el Modelo GP2

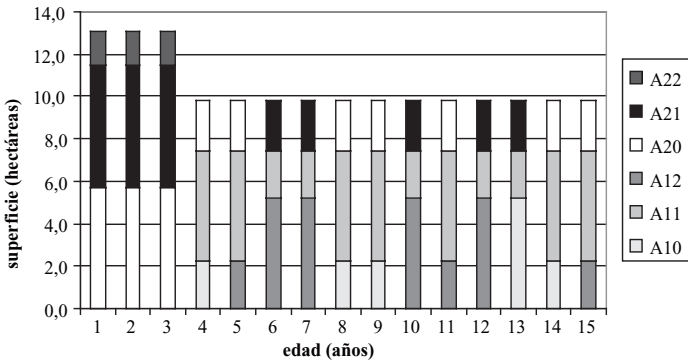


Figura 3. Distribución final de la superficie por calidad de estación, rebrote y edad al final del horizonte de planificación según el Modelo GP2

**CONCLUSIONES**

En este trabajo se demuestra la utilidad y flexibilidad de la programación por metas como técnica de optimización en la formulación de modelos matemáticos para la gestión de masas de marcado uso productivo tradicionalmente ordenadas por el método de división por cabida.

Mediante dicha técnica se plantea una formulación alternativa del problema que permita alcanzar de una manera más flexible la condición de rendimiento sostenido en volumen de madera una vez ordenada la masa. De esta manera, se evita la excesiva división o compartimentación de estas masas; más aún cuando, en algunos casos, la extensión superficial de las mismas es

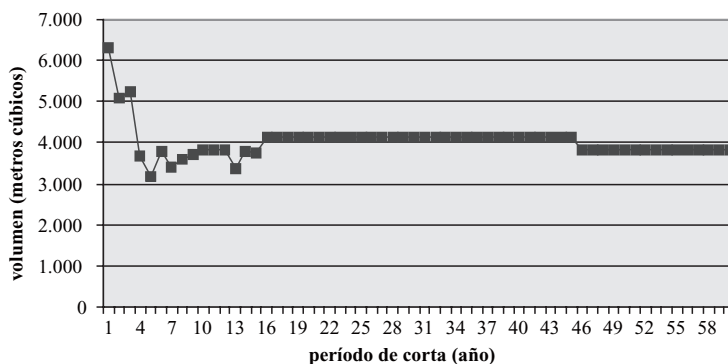


Figura 4. Evolución del volumen de corta con el Modelo GP2

pequeña. Además, dada su flexibilidad, el modelo alternativo permite alcanzar el objetivo de rendimiento futuro en volumen constante en un horizonte de planificación menor.

### Agradecimientos

Los autores agradecen las informaciones y los comentarios realizados por el Profesor D. Fernando Rengifo, de la Universidad de Santiago de Compostela. Asimismo, también agradecen los comentarios técnicos realizados por el Profesor D. Carlos Romero, de la Universidad Politécnica de Madrid. El trabajo de Luis Díaz Balteiro está financiado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) bajo los proyectos de investigación SEJ2005-04392 y AGL2005-04514.

### BIBLIOGRAFÍA

- BERTOMEU, M. & ROMERO, C.; 2002. Forest management optimisation models and habitat diversity: a goal programming approach. *J. Oper. Res. Soc.* 53: 1175-1184.
- BORGES, J.G.; GOMES, J.A.; FALÇAO, A. & HOGANSON, H.; 1999. Heurística baseada em programação dinâmica e restrições de adjacência em gestão florestal. *Revista Florestal* XII(1/2): 99-107.
- CURTIS, F.H.; 1962. Linear programming: the management of a forest property. *J. Forest.* 60: 611-616.
- DIAZ-BALTEIRO, L. & RODRÍGUEZ, L.C.E.; 2006. Optimal rotations on Eucalyptus plantations including carbon sequestration. A comparison of results in Brazil and Spain. *Forest Ecol. Manage.* 229: 247-258.
- DIAZ-BALTEIRO, L. & ROMERO, C.; 1998. Modeling timber harvest scheduling problems with multiple criteria: An application in Spain. *For. Sci.* 44: 47-57.
- DIAZ-BALTEIRO, L. & ROMERO, C.; 2007. Multiple criteria decision making in forest planning: recent results and current challenges. In: A. Weintraub, C. Romero, T. Bjorndal & R. Epstein (eds.), *Handbook on Operation Research in Natural Resources*. Kluwer Academic Publishers. New York (En prensa).
- GÓMEZ, T.; HERNÁNDEZ, M.; LEÓN, M.A. & CABALLERO, R.; 2007. A forest planning problem solved via a linear fractional goal programming model. *Forest Ecol. Manage.* 227: 79-88.
- INSTITUTO GALLEGO DE ESTADÍSTICA; 2007. [www.ige.eu](http://www.ige.eu) [Acceso 20/02/2007].
- LINDO SYSTEMS (1999). *LINGO 4.0*. Chicago. Illinois.
- RODRÍGUEZ, L.C.E. & BORGES, J.G.; 1999. Técnicas matemáticas para determinação de níveis sustentáveis de produção florestal. *Revista Florestal* XII(1/2): 83-92.