

ESTUDIO DEL CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE DE REBOLLARES EN CASTILLA Y LEÓN

Patricia Adame Hernando¹, Isabel Cañellas Rey de Viñas², Miren del Río Gaztelurrutia² y Gregorio Montero González²

¹Departamento de Investigación Forestal de Valonsadero. Junta de Castilla y León. Apto 175. 42080-SORIA (España). Correo electrónico: adaherpa@jcy1.es.

²Centro de Investigación Forestal (CIFOR-INIA). Crta la Coruña km 7,5. 28040-MADRID (Madrid)

Resumen

En el presente trabajo se realiza un estudio del crecimiento en altura dominante de las masas de *Quercus pyrenaica* Willd. localizadas en Castilla y León. Para realizar los diferentes ajustes se utilizaron 163 análisis de tronco pertenecientes a aquellas masas en las que se considera como especie principal a *Quercus pyrenaica*. Las parcelas, pertenecientes al 2º Inventario Forestal Nacional, se seleccionaron al azar y de forma proporcional a la superficie de cada uno de los estratos definidos por la Clasificación biogeoclimática Peninsular y Balear en Castilla y León con el fin de recoger la mayor variabilidad posible de la muestra. A partir de los análisis de tronco, los datos utilizados para el ajuste de las funciones son todas las posibles combinaciones, dos a dos, de los pares altura-edad del árbol. Con estos datos se ensayaron 9 modelos matemáticos, basados en métodos de ecuaciones en diferencias: tres derivados de la función de RICHARDS (1959), tres derivados de la función de KORF (1939), McDILL & AMATEIS (1992), HOSSFELD (1822) y CLUTTER & LENHART (1974). De todos ellos se eligió aquel más adecuado según la bondad del ajuste, el análisis de los residuos, el análisis gráfico y la validación cruzada. El modelo finalmente seleccionado fue el de KORF (1939) derivado en diferencias dejando libre el parámetro b. Este modelo presenta mayor eficiencia y errores más pequeños, tanto para los datos iniciales como para los datos de validación, además de una representación gráfica más cercana a la realidad.

Palabras clave: *Quercus pyrenaica*, Crecimiento en altura dominante, Modelos en diferencias no lineales, Castilla y León

INTRODUCCIÓN

La calidad de estación refleja el potencial de producción y crecimiento de una especie para una estación determinada. Para la estimación de esta calidad se pueden utilizar factores ecológicos asociados con la estación o variables medidas de forma directa sobre los árboles, siendo habitual utilizar el patrón de crecimiento en altura dominante (Ho). Se ha demostrado que

este patrón habitualmente es un buen estimador de la calidad de estación (GOELZ & BURK, 1996).

El rebollo (*Quercus pyrenaica* Willd.) es una especie que ocupa importantes superficies en la Comunidad Autónoma de Castilla y León, en la que aparecen 279.000 ha en forma de masas consideradas puras, 160.000 ha de masas mezcladas con otras especies arbóreas y 364.000 ha de masas abiertas, según el 2º Inventario Forestal Nacional (ESPINOSA, 2003). Dada la importancia

de esta especie en la comunidad castellano leonesa, se considera justificada la realización de un estudio sobre el comportamiento de las masas de rebollo en altura dominante con el fin de establecer la calidad de estación de las mismas.

MATERIALES Y MÉTODOS

En este estudio, se han utilizado 163 análisis de tronco de *Quercus pyrenaica*, pertenecientes a 150 parcelas del Tercer Inventario Forestal Nacional en las que se consideraron que el rebollo era especie principal. Estas parcelas se seleccionaron al azar y de forma proporcional a la superficie de cada uno de los estratos definidos por la Clasificación biogeoclimática Peninsular y Balear (ELENA ROSELLÓ, 1997) en Castilla y León, con el fin de recoger la mayor variabilidad posible de la muestra. En la tabla 1 se resumen las características de los datos utilizados.

Se elige el método de ecuaciones en diferencias que permite el cálculo de la altura dominante a cualquier edad basada en la altura dominante de cualquier otra edad, consiguiendo así que las alturas sean invariantes respecto a la edad índice (CAO, 1993; ELFVING & KIVISTE, 1997).

A partir de los análisis de tronco, los datos utilizados para el ajuste de las funciones serán todas las posibles combinaciones, dos a dos, de los pares altura-edad del árbol (estructura de datos tipo VI) (HUANG, 1997). La principal ventaja de este método es que permite usar cualquier serie de datos temporales independientemente de la extensión del periodo de tiempo que comprenda. Por tanto, podemos utilizar las mediciones de árboles que aún no han llegado a la edad típica y suprime la necesidad de establecer una edad de referencia a priori para ajustar los datos (CALAMA et al., 2003).

La estimación de los parámetros de este tipo de funciones presenta varios problemas, siendo el más importante el relativo a la autocorrelación y falta de independencia entre observaciones (MON-

SERUD, 1984; GOELZ & BURK, 1992; BEAUMONT et al., 1999; CAÑADAS, 2000). Esto puede invalidar los test realizados de las hipótesis de regresión y las estimaciones de los intervalos, debido a que los errores no son independientes entre sí y tienen una varianza común. Para solucionar este problema se ha utilizado la metodología propuesta por GOELZ & BURK (1992).

Un supuesto básico de la regresión no lineal es que los errores deben ser independientes, y distribuirse de acuerdo a una normal de media 0 y varianza η^2 . El empleo de datos procedentes de sucesivas mediciones implica que este postulado no se verifica, por lo que los autores proponen expandir el término del error de la siguiente manera:

$$Y_{ij} = f(X_i, X_j, Y, \beta) + e_{ij}$$

$$e_{ij} = \rho \cdot \varepsilon_{i-1,j} + \gamma \cdot \varepsilon_{i,j-1} + \varepsilon_{ij}$$

donde: Y_{ij} representa la predicción de la altura i usando Y_i , X_i y X_j como variables predictoras; β = vector de parámetros; e_{ij} = error; ρ = autocorrelación entre el residuo actual y el correspondiente a la estimación de Y_{i-1} usando Y_j como predictor; γ = autocorrelación entre el residuo actual y el correspondiente a la estimación de Y_i usando Y_{j-1} como predictor; ε_{ij} = errores independientes, de media 0 y varianza η^2 ; f = función seleccionada.

En un primer paso se realiza el ajuste de cada función según una regresión de mínimos cuadrados ordinaria, obteniéndose el valor de los parámetros con los residuos correspondientes. A partir de estos se ha generado una nueva base de datos que integra a $\varepsilon_{i-1,j}$ y de $\varepsilon_{i,j-1}$ (MONSERUD, 1984). En un segundo paso, se ajusta la función expandida de forma que los residuos ε_{ij} cumplen los requisitos de independencia y distribución según una normal de media 0 y varianza η^2 .

Para la elección de la función más adecuada, se realizó un estudio comparativo entre nueve funciones de crecimiento en diferencias, escogidas entre las más empleadas en la investigación forestal (AMARO, 1998; KIVISTE et al., 2002; PALAHI et al., 2004): 1) RICHARDS (1959) con

Total	Edad media	Desviación típica de la edad	Edad mínima-máxima	Altura media	Desviación típica de la altura	Altura mínima-máxima
163	60,5	23,72	23-158	9,93	2,88	3,34-16,95

Tabla 1. Caracterización de los datos de los análisis de troncos

parámetro libre a ; 2) RICHARDS (1959) con parámetro libre b ; 3) RICHARDS (1959) con parámetro libre c ; 4) KORF (1939) con parámetro libre a ; 5) KORF (1939) con parámetro libre b ; 6) KORF (1939) con parámetro libre c ; 7) MCDILL & AMATEIS (1992); 8) HOSSFELD (1822) y 9) CLUTTER LENHART (1974).

Todas ellas son funciones de tipo polimórfico excepto los modelos (1) y (4) que son anamórficos. El ajuste de las funciones se realizó por el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS, y los criterios de elección han sido los siguientes: bondad del ajuste (AMARO *et al.*, 1998), análisis de los residuos, análisis gráfico y validación cruzada.

RESULTADO

En la tabla 2 se muestran los parámetros obtenidos en el ajuste de las funciones. La aplicación de un test t de Student a los parámetros demostró que todos ellos eran significativos para un nivel $\alpha = 0,05$. En el análisis de los residuos de las nueve ecuaciones no se han apreciado problemas de heterocedasticidad importantes.

Las funciones de RICHARDS con parámetro libre b (2), KORF con parámetro libre b (5) y de MCDILL & AMATEIS (7) son las que presentan un mejor comportamiento en general, con valores más bajos en el sesgo (SE), error medio cuadrático (EMC), sesgo absoluto (SEA) y eficiencia

(EF). El resto de las ecuaciones presentan un peor comportamiento según estos mismos criterios de evaluación. Además, únicamente estos tres modelos pueden considerarse insesgados con un nivel de significación del 0,05, junto con la ecuación de RICHARDS con parámetro libre c (3) que tiene un nivel de significación de entre 0,05 y 0,01, mientras que el resto presentan sesgos bastante altos.

Por último, se lleva a cabo la validación cruzada por parcela, calculando los valores predichos de cada parcela según las ecuaciones ajustadas con todos los datos excepto los de la parcela a predecir. Se comparan los valores observados y predichos obtenidos, utilizando los mismos criterios de evaluación y los parámetros del modelo lineal $H_{2obs} = a + b \cdot H_{2pred}$. Para determinar si $a = 0$ y $b = 1$ se realiza un test t individual para cada parámetro y un test F simultáneo, no rechazándose ningún ajuste por este motivo. Los datos de la validación cruzada se resumen en la tabla 3.

Analizando los datos que desprende la tabla 4, se observa que los modelos que presentan un menor sesgo siguen siendo los modelos de RICHARDS con parámetro libre b (2), KORF con parámetro libre b (5) y de MCDILL & AMATEIS (7), además de ser insesgados a un nivel de significación mayor de 0,05. Teniendo en cuenta el resto de los criterios de evaluación (RV, EMC, SEA y ajuste lineal), estos tres modelos también resultan ser los mejores.

Para un mejor estudio de la validación cruzada se realizaron los cálculos dividiendo los

Func.	Parámetros			Sesgo (SE)	Ratio de varianza (RV)	Error cuadrático medio (ECM)	Sesgo absoluto (SEA)	Eficiencia (EF)	Regresión lineal		
	a	b	c						a	b	R_{adj}^2
1		0,0238	0,2663	-0,019	1,003	0,269	0,361	0,979	0,097	0,988	97,968
2	17,7066		0,3316	8 E-05 ¹	1,001	0,245	0,335	0,981	0,065	0,990	98,142
3	28,0655	0,0101		0,009 ²	1,003	0,307	0,366	0,976	0,078	0,987	97,671
4		8,2847	0,3607	-0,019	1,003	0,275	0,361	0,979	0,096	0,988	97,917
5	35,943		0,5615	0,002 ¹	0,996	0,239	0,329	0,982	0,044	0,993	98,180
6	17,2719	2,8641		0,274	0,857	2,734	0,948	0,791	-0,028	0,965	79,788
7	20,4759	1,4992		0,001 ¹	0,998	0,239	0,3307	0,9817	0,052	0,992	98,181
8	14,2208	0,0343		-0,017	0,994	0,257	0,352	0,980	0,062	0,993	98,044
9	1,7779	-42,0162	8,8231	-0,014	0,994	0,274	0,353	0,979	0,039	0,993	96,19

¹No significativo con $P > 0,05$; ²No significativo con $0,05 > P > 0,01$.

Tabla 2. Resultados de la estimación

datos en pares crecientes y decrecientes. En general, las estimaciones más frecuentes se calcularán del presente al futuro, por lo que los datos más interesantes son los pertenecientes a los pares crecientes (Tabla 4). En este caso, el modelo con mejor sesgo es el (7), aunque el modelo (5) presenta mejor comportamiento en EMC, SEA, EF y ajuste lineal.

En el análisis gráfico de los modelos (2), (5) y (7) se ha observado que mientras (2) y (7) tienen la asíntota del crecimiento en altura menor a 20 m, el modelo (5) llega casi a los 23 m.

Esta última asíntota refleja mejor el potencial de crecimiento en altura, ya que según CEBALLOS (1979), el rebollo es un árbol de talla media de hasta 20 m que a veces alcanza los 25 m, además de encontrarse en las masas estudiadas y en el IFN3 pies que superan los 20 m de altura.

Se opta por la función diferencial de KORF con parámetro libre *b* porque presenta alta eficiencia y errores pequeños, tanto para los datos iniciales como para los datos de validación, y una asíntota en altura más acorde con la realidad. La forma general de la ecuación del índice de calidad queda como sigue:

$$H_2 = 35,943 \cdot \left(\frac{H_1}{35,943} \right)^{\left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{0,5615}}$$

donde: H_1 altura media a la edad T_1 ; H_2 altura media a la edad T_2

Para fijar la curva de calidad media se ha tomado como edad de referencia 60 años, con altura media estimada de 11 m (Tabla 5), al ser la edad que menor error absoluto medio tiene, definiendo el error absoluto medio como:

$$Error = \sum |h_{obs} - h_{med}| / n$$

h_{obs} = altura observada a la edad T_{obs} ; h_{med} = altura media estimada para la edad T_{obs} según el crecimiento medio de las diferentes edades de referencia; $n = n^\circ$ de datos.

La representación gráfica de la función (Figura 1) forzada a pasar por el par (60,11) determina la curva de calidad media para *Quercus pyrenaica* Willd. en Castilla y León.

Agradecimientos

Este estudio ha sido financiado por el convenio de colaboración “Estudio autoecológico y modelos de gestión de los rebollares (*Quercus pyrenaica* Willd.) y normas selvícolas para *Pinus pinea* L. y *Pinus sylvestris* L. en Castilla y León” entre el Centro de Investigación Forestal (INIA) y la Dirección General del Medio Natural de la Junta de Castilla y León.

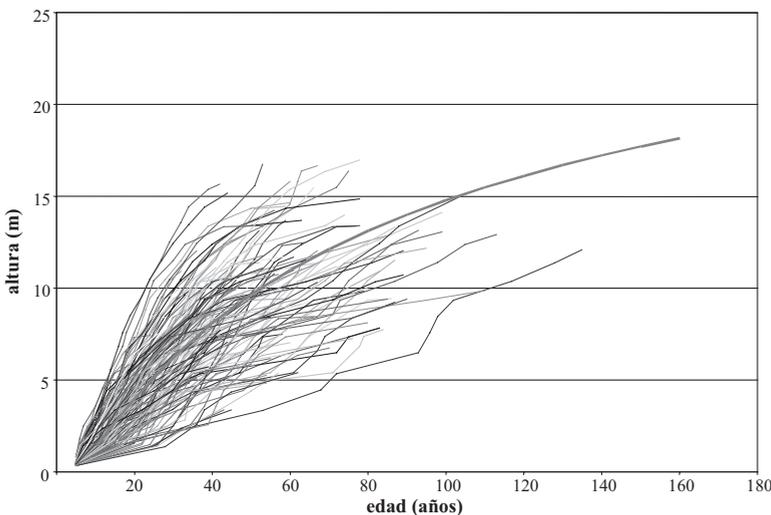


Figura 1. Análisis de tronco y curva de calidad media de *Quercus pyrenaica* Willd. en Castilla y León

Func.	Sesgo (SE)	Ratio de varianza (RV)	Error cuadrático medio (ECM)	Sesgo absoluto (SEA)	Eficiencia (EF)	Regresión lineal		
						a	b	Radj ²
1	-0,1339	0,9515	2,3484	1,0276	0,8206	0,580636	0,931944	82,6366
2	-0,0083 ¹	0,9515	1,8299	0,9540	0,8602	0,438216	0,93572	86,4293
3	-0,0224 ¹	0,9475	2,5392	1,1625	0,8060	0,520579	0,925392	81,1327
4	-0,1464	0,9359	2,4102	1,0399	0,8159	0,560349	0,936807	82,1247
5	0,0106 ¹	0,9513	1,8106	0,9680	0,8617	0,304679	0,95296	86,3791
6	5,7768	0,3982	39,3064	5,7930	-2,0030	-8,11645	1,18722	56,1195
7	0,0012 ¹	0,9775	1,8088	0,9540	0,8618	0,394728	0,940878	86,5236
8	-0,1549	0,8946	2,2156	1,0199	0,8307	0,380958	0,965364	83,3637
9	-0,0041 ¹	0,9411	2,0795	0,9947	0,8411	0,359117	0,946929	84,378

¹No significativo con P>0.05; ²No significativo con 0,05>P>0.01.

Tabla 3. Validación cruzada por parcela de las funciones

Func.	Interv.	Sesgo (SE)	Ratio de varianza (RV)	Error cuadrático medio (ECM)	Sesgo absoluto (SEA)	Eficiencia (EF)	Regresión lineal		
							a	b	Radj ²
1	Crec	-0,615	1,059	3,832	1,377	0,729	2,568	0,760	72,606
2	Crec	-0,252	0,997	2,615	1,166	0,815	1,599	0,841	77,152
3	Crec	-0,463	1,001	3,264	1,321	0,769	2,132	0,799	74,137
4	Crec	-0,669	1,048	3,949	1,393	0,721	2,621	0,759	72,216
5	Crec	-0,267	0,909	2,502	1,148	0,823	1,225	0,887	76,88
6	Crec	4,115	0,277	20,068	4,147	-0,420	-9,370	1,408	74,943
7	Crec	-0,248	0,965	2,542	1,153	0,820	1,445	0,859	77,203
8	Crec	-0,720	0,959	3,517	1,336	0,751	2,275	0,806	74,222
9	Crec	-0,349	0,905	2,915	1,221	0,794	1,508	0,862	73,892

Tabla 4. Validación cruzada por parcela de los intervalos crecientes

	EDAD INDICE					
	30	40	50	60	70	80
Altura media estimada	6	8	9,5	11	12	13
$\Sigma h_{obs}^{>b} \text{ media estimada a la edad indice} ^{1/n}$	1,70715	1,69834	1,70023	1,69540	1,69820	1,69786

Tabla 6. Selección de la edad índice con el modelo de Korf con parámetro libre b

BIBLIOGRAFÍA

- AMARO, A.; REED, D.; TOMÉ, M. Y THEMIDO, L.; 1998. Modelling dominant height growth: eucalyptus plantations en Portugal. *For. Sci.* 44(1): 37-46.
- AMATEIS, R.L. & BURKHART, H.E.; 1985. Site index curves for loblolly pine plantations on cutover-site prepared lands. *South. J. Appl. For.* 9: 166-169.
- BEAUMONT, J.F.; UNG, C.H. & BERNIER-CARDOU, M.; 1999. Relating site index to ecological factors in black spruce stands: test of hypotheses. *For. Sci.* 45: 484-491.
- CALAMA, R.; CAÑADAS, N. & MONTERO, G.; 2003. Inter-regional variability in site index

- models for even-aged stands of stone pine (*Pinus pinea* L.) in Spain. *Ann. For. Sci.* 60: 259-269.
- CAÑADAS, N.; 2000. *Pinus pinea* L. en el Sistema Central (Valles del Tiétar y del Alberche): desarrollo de un modelo de crecimiento y de producción de piña. Tesis doctoral Inédito. E.T.S.I. de Montes, Universidad Politécnica de Madrid. Madrid.
- CAO, Q.V.; 1993. Estimating coefficients of base-age invariant site index equations. *Can. J. For. Res.* 23: 2343-2347.
- CLUTTER, J.L. & LENHART, D.J.D.; 1968. Site index curves for old-field loblolly pine plantations in Georgia Piedmont. *Ga. For. Res. Counc. Rep.* 22 Ser.1.
- ELENA ROSELLO, R.; 1997. *Clasificación biogeoclimática de España Peninsular y Balear*. MAPA. Madrid.
- ELFVING, B. & KIVISTE, A.; 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. *Forest Ecol. Manage.* 98: 125-134.
- ESPINOSA, J.R.; 2003. *Segundo Inventario Forestal Nacional (1986-1996) Castilla y León*. Ministerio de Medio Ambiente-Junta de Castilla y León. Valladolid.
- GOELZ, J.C.G. & BURK, T.E.; 1992. Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. *Can. J. For. Res.* 22: 776-784.
- GOELZ, J.C.G. & BURK, T.E.; 1996. Measurement error causes bias in site index equations. *Can. J. For. Res.* 26: 1586-1593.
- HOSSFELD, 1822. Citado en W. PESCHEL; 1938. Die mathematischen Methoden zur Herleitung der Wachstumsgesetze von Baum und Bestand und die Ergebnisse ihrer Anwendung. *Tharandter Forstliches Jahrbuch* 89: 169-247
- HUANG, S.; 1997. Development of compatible height and site index models for young and mature stands within an ecosystem-based management framework. In: A. Amaro & M. Tomé (eds.), *Empirical and process based models for forest tree and stand growth simulation*: 61-98.
- KIVISTE, A.; ALVAREZ, J.G.; ROJO, A.; RUIZ, A.D.; 2002. *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Monografías INIA: Forestal 4. INIA, Madrid.
- KORF, V.; 1939. A mathematical definition of stand volume growth law. *Lesnicka Prace* 18: 337-379.
- MCDILL, M.; AMATEIS, R.L.; 1992. Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function. *For. Sci.* 38: 409-429.
- MONSERUD, R.A.; 1984. Height-growth and site index curves for inland Douglas fir based in stem analysis and forest habitat type. *For. Sci.* 30: 943-965.
- PALAHÍ, M.; TOMÉ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A.; MONTERO, G.; 2004. Site index model for *Pinus sylvestris* in north-east Spain. *Forest Ecol. Manage.* 187: 35-47.
- RICHARDS, F.J.; 1959. A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Bot.* 10(29): 290-300.
- SAS INSTITUTE INC.; 2000. *SAS/STAT user's guide, version 8*. SAS Institute Inc., Cary, N.C.