MODELO DE INCREMENTO EN DIÁMETRO PARA *QUERCUS SUBER* L. EN EL PARQUE NATURAL DE LOS ALCORNOCALES

M. Sánchez González y G. Montero González

Dpto. Selvicultura CIFOR-INIA Ctra. de La Coruña km 7,5. 28040-MADRID (España). Correo electrónico: msanchez@inia.es

Resumen

Se ha desarrollado un modelo de incremento en diámetro de árbol individual para *Quercus suber* L. en el Parque Natural de los Alcornocales, para ello se han usado datos de 72 parcelas situadas en las provincias de Cádiz y Málaga medidas en dos descorches consecutivos. El modelo es de tipo empírico independiente del crecimiento potencial e incluye variables relativas a diámetro inicial del árbol, competencia, densidad de la masa y calidad de estación. Para la selección de las variables se ha ejecutado un algoritmo de selección de todas las variables posibles con el incremento en diámetro como variable dependiente. Los distintos modelos considerados han sido evaluados en términos de ajuste y capacidad de predicción. El error del modelo se ha caracterizado en términos de sesgo y precisión.

Palabras Clave: *Alcornoque, Crecimiento, Modelo empírico, Competencia*

INTRODUCCIÓN

El alcornoque (*Quercus suber* L.) es una de las especies forestales españolas más singulares en cuanto a su selvicultura y aprovechamiento. A pesar de esta circunstancia hay pocos estudios relativos al crecimiento de esta especie, en particular en el campo de la modelización. El único trabajo al respecto realizado en nuestro país hasta la fecha ha sido el elaborado recientemente por los autores, en el que se han desarrollado unos modelos de crecimiento en diámetro y altura de árboles dominantes para el Parque Natural de los Alcornocales y Cataluña.

En la elaboración de los modelos de incremento en diámetro existen dos enfoques posibles. En el primero el incremento en diámetro se expresa directamente como función de las características del árbol y de la masa, incluyendo la competencia a la que está sometido el árbol en la masa; y en el segundo, el incremento en diámetro se expresa como función del crecimiento potencial al que se le aplica una función modificadora que refleja la competencia de los árboles dentro de la masa. Los modelos desarrollados con el primer enfoque reciben el nombre de modelos empíricos y los desarrollados con el segundo enfoque modelos semi-empíricos (MARTIN & EK, 1984).

El objetivo de este trabajo es elaborar un modelo de incremento en diámetro de tipo empírico para el alcornoque en el Parque Natural de los Alcornocales.

MATERIAL

Para la realización de este trabajo se han utilizado datos procedentes de 72 parcelas instaladas por el CIFOR-INIA entre 1967 y 1993 en el Parque Natural de Los Alcornocales.

ISSN: 1575-2410

© 2004 Sociedad Española de Ciencias Forestales

El Parque Natural de Los Alcornocales tiene una extensión de 170.025 Ha de las cuales 92.064 Ha son de alcornocal (TORRES, 1995). Tiene un clima mediterráneo templado con inviernos fríos y húmedos y veranos secos y cálidos, la temperatura media es de 16-18ºC y las precipitaciones anuales oscilan entre 600 y 1700 mm. Las precipitaciones se concentran principalmente entre el otoño y la primavera, dando lugar en verano a un periodo seco (DE BENITO, 2000).

Todas las parcelas fueron establecidas en masas de densidad regular cubriendo un extenso rango de calidades de estación. La producción y los diámetros de los árboles de las parcelas fueron medidos en dos descorches consecutivos. En la tabla 1 se muestran la media, la desviación típica, el máximo y el mínimo de las variables de la parcela en ambos descorches, así como el número de observaciones.

MÉTODOS

Se ha aplicado un algoritmo de selección de todas las variables posibles, considerando como variable dependiente el incremento en diámetro. Este tipo de algoritmos generan modelos que contienen todas las posibles subconjuntos de variables ordenados según distintos criterios de selección. En nuestro caso, la selección de las variables del modelo se ha basado en el valor del coeficiente de determinación ajustado (Adj-R^2), cuadrado medio del error (MSE) y el estadístico Cp de Mallows. La presencia de colinearidad se ha analizado según los valores del Factor de Inflación de la Varianza (VIF), aquellos modelos con valores de VIF mayores de 5 han sido descartados (VAN LARR, 1991).

Las variables del árbol y de la masa disponibles han sido divididas en cuatro grupos y se ha restringido el número de variables en el modelo a una variable de cada grupo. Dichos grupos son: diámetro inicial del árbol, competencia, densidad de la masa, y productividad de la estación. Las variables incluidas en cada uno de estos cuatro grupos se muestran en la tabla 2. El objetivo principal es garantizar que el modelo incluya variables que representan los distintos factores que determinan el crecimiento individual de un árbol, así como evitar los problemas de multicolinearidad que se suelen presentar en modelos con muchas variables.

Los modelos han sido ajustados mediante un análisis de regresión lineal por mínimos cuadrados usando el procedimiento PROC REG del paquete estadístico SAS/STAT.

La selección del mejor modelo se ha basado en la bondad de ajuste, capacidad de predicción y cumplimiento de las hipótesis estadísticas implícitas en el método de ajuste como son ausencia de heterocedasticidad y autocorrelación y normalidad de los residuos.

La bondad de ajuste se ha analizado mediante la suma de cuadrado del error (SSE) y el coeficiente de determinación (R^2).

La capacidad predictiva de las funciones se ha evaluado mediante los errores predichos o residuos PRESS. Dichos residuos se calculan omitiendo una observación cada vez y ajustando el modelo con las observaciones restantes estimando la respuesta de la observación omitida y comparando el valor predicho con el observado: $y_i - \hat{y}_{i,-i} = e_{i,-i}$

	Primer Descorche					Segundo Descorche				
	MIN	MAX	MEDIA	STD	n	MIN	MAX	MEDIA	STD	n
área	1250	5000	2425.3	1736.4	1030	1250	5000	2425.3	1736.4	1030
N	6	35	21	7	1030	6	35	21	7	1030
td	9	11			1030	9	11			1030
cbc	44	322	100.07	28.15	1030	46	329	105.94	29.54	1030
csc	59	342	118.25	28.59	1030	58	344	122.4	30.9	1030
hd	0.8	7.2	2.4	0.96	1030	0.86	5.4	2.38	0.9	1030
pc	0.5	214	23.58	17.5	1030	2.5	221.6	28.7	19.25	1030

Tabla 1. *Caracterización de las parcelas. Área: superficie de la parcela (m^2); N: número de árboles en la parcela; td: turno de descorche; cbc: circunferencia a la altura del pecho bajo corcho (cm); csc: circunferencia a la altura del pecho sobre corcho (cm); hd: altura de descorche (m); pc: peso de corcho (kg)*

(i=1,2,...,n). Cada ecuación candidata tiene n residuos PRESS asociados y el estadístico PRESS (Suma de Cuadrados Predicha) se define como (MYERS, 1986):

$$PRESS = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_{i,-i})^2 = \sum_{i=1}^{n} (e_{i,-i})^2$$

El sesgo y la precisión de las funciones fue analizada mediante histogramas de los residuos PRESS, así como calculando la media de los residuos PRESS (MPRESS, sesgo) y la media del valor absoluto de los residuos PRESS (MAPRESS, precisión). También se han calculado estadísticos de posición (P99, P95, P5 y P1) donde Pk es el percentil de orden k que deja por debajo de si el k% de la población. Estos percentiles dan una idea del rango y la distribución de los residuos predichos.

La normalidad de los residuos estandarizados fue analizada mediante gráficos QQ. Para detectar la heteroscedasticidad asociada al error del modelo se realizó el análisis gráfico de los residuos estandarizados frente a los valores predichos. En caso de existir se ha tratado de corregir mediante una estimación por mínimos cuadrados ponderados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tras ejecutar el algoritmo de selección de variables disponible en el procedimiento PROC REG del paquete estadístico SAS/STAT el modelo de incremento en diámetro elegido es el siguiente.

$$id = 0{,}21 + 1.96\ \frac{1}{dbh} + 7.14\ \frac{1}{NHA} - 0{,}87\ \frac{1}{SI}$$

siendo: id, crecimiento en diámetro anual (cm/año); dbh, diámetro normal bajo corcho (cm); NHA, número de pies por hectárea; SI, índice de calidad de estación.

En la elección del modelo se ha tenido en cuenta que todos los parámetros son significativos al 95% y que tuvieran sentido biológico. En el modelo seleccionado el incremento en diámetro será menor en los árboles de mayor diámetro así como en situaciones de alta densidad y baja calidad de estación.

El valor del VIF del modelo seleccionado está muy por debajo de cinco (VIF=1.09) lo cual indica que no existe multicolinearidad entre las variables.

Por otra parte, el modelo presenta valores de la media de los residuos PRESS y la media del valor absoluto de los residuos PRESS muy bajos (Mpress=0.000024, Mapress=0.1358) lo cual indica que es un modelo preciso e insesgado.

Tras realizar el estudio gráfico de los residuos frente al valor predicho de id se ha comprobado que el modelo no presenta heteroscedasticidad. Por otra parte el modelo también cumple con las hipótesis de normalidad de los residuos tal y como se ha comprobado al elaborar los gráficos QQ que comparan la distribución normal con la distribución de los residuos.

Dimensión inicial del árbol		Competencia	Densidad de la masa	Productividad de la estación
dbh_i	$\frac{dbh_i}{\overline{dbh}}$	$APB_i = \frac{10000}{N} \cdot \frac{g_i}{\overline{G}}$	$\overline{G}$	SI
	$\frac{dbh_i}{dbh_{\max}}$	$BAL_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} \frac{\pi}{4} \cdot dhh_j^2}{\pi \cdot r^2}$	NHA	
	$\frac{dbh_i}{dbh_{dom}}$			

Tabla 2. *Variables probadas para definir el modelo de incremento en diámetro dbh_i: diámetro bajo corcho a la altura del pecho del árbol i; $\overline{dbh}$: diámetro normal bajo corcho medio de los árboles de la parcela; dbh_{max}: diámetro normal máximo de la parcela; dbhdom: diámetro normal dominante de la parcela; APB_i; área proporcional al área basimétrica del árbol i; BAL_i: área basimétrica media de los árboles de la parcela mayores que el árbol i siendo e $dbh_i > dbh_j$; $\overline{G}$: área basimétrica media de la parcela; NHA: número de árboles por hectarea; SI: índice de sitio*

Los residuos también han sido representados frente a los índices de competencia mostrados en la tabla 2 ninguno de los cuales ha resultado incluido en el modelo seleccionado. De estos gráficos se desprende que ninguno de ellos son necesarios en el modelo una vez incluidas las variables explicativas 1/dbc, 1/NHA y 1/SI. El modelo ya refleja la influencia de la competencia en el incremento en diámetro mediante las variables 1/dbc y 1/NHA. La primera refleja el tamaño inicial del árbol, el cual es uno de los más importantes predictores de cómo va a crecer un árbol (PERRY, 1985), porque la competencia a la que un árbol se ha visto sometido en el pasado se refleja en su tamaño actual. La segunda variable representa la densidad de la masa la cual, como resultado de la competencia, dará lugar a menores crecimientos en diámetro cuanto mayor sea su valor.

El sesgo del modelo se ha analizado representando gráficamente el valor medio y el error estándar de los residuos del modelo como función del valor predicho del incremento en diámetro y como función de las variables explicativas del modelo (Figura 1).

Como se puede observar en la figura 1 no se aprecia ninguna tendencia entre los residuos y el valor predicho por el modelo de id, así como tampoco con ninguna de las variables incluidas en el modelo seleccionado. Esto indica como el modelo seleccionado estima el incremento en diámetro de forma insesgada en la zona estudiada.

La variabilidad total explicada por el modelo es muy baja (9.8%), lo cual suele ser habitual en los modelos de incremento en diámetro. Este bajo valor obtenido del coeficiente de determinación puede deberse a la propia naturaleza de los datos, en los cuales no hay representación de parcelas con árboles de pequeño diámetro. Además hay que tener en cuenta que los errores de medición diametrales suelen ser frecuentes en esta especie debido a que tradicionalmente se mide la circunferencia del árbol con cinta métrica. Esto deriva en una menor precisión de los valores de incremento en diámetro, los cuales se obtienen por la diferencia de las medidas diametrales en dos descorches consecutivos. En cualquier caso, considerando que la utilidad real del modelo es su capacidad para predecir el valor del diámetro en el futuro y teniendo en cuanta que la eficiencia del modelo en la estimación del diámetro en el futuro, es decir, del diámetro inicial más el incremento en diámetro es de un 96%, consideramos que el modelo es válido.

Para ilustrar la aplicación práctica del modelo se ha representado gráficamente en la figura 2 la evolución del incremento en diámetro en fun-

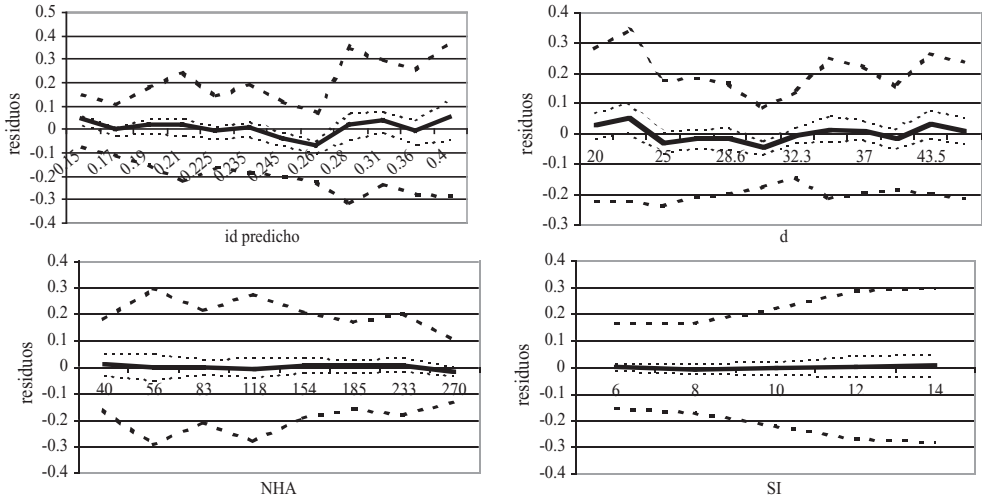

Figura 1. *Valor medio de los residuos en función del valor predicho de id y de cada una de las variables explicativas del modelo (línea continua). Las líneas de puntos finas representan el error estándar de la media y las líneas de puntos gruesas representan la desviación típica*

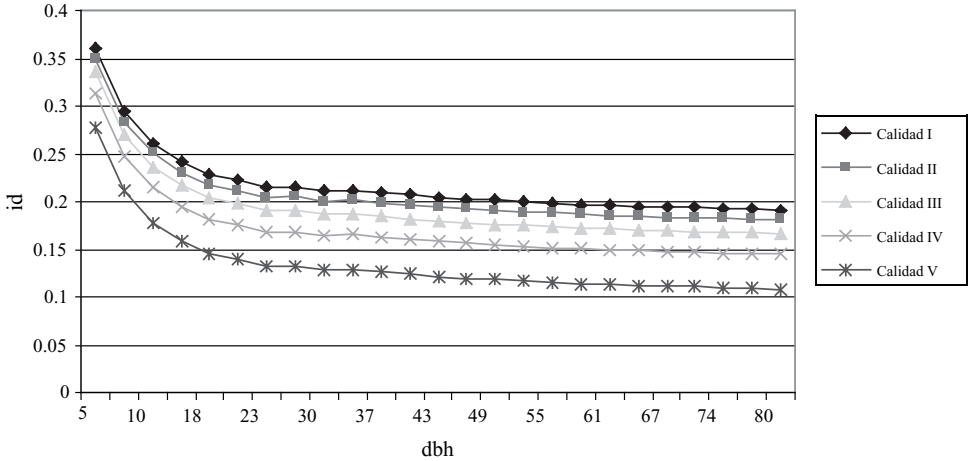

Figura 2. *Evolución del incremento en diámetro en función del diámetro inicial para cada una de las calidades de estación consideradas en la zona de estudio*

ción del diámetro inicial para cada una de las cinco calidades de estación consideradas en la zona de estudio. Se ha simulado la ejecución de dos claras previas a la entrada en producción (cuando el alcornoque alcanza 60 cm de circunferencia) y una clara más tras el primer descorche, a partir de ese momento se ha considerado que la densidad no varía.

CONCLUSIONES

El modelo desarrollado en este trabajo puede considerarse un primer paso en el conocimiento del crecimiento en diámetro de los alcornoques. Se trata de un modelo que cumple con los dos principios fundamentales que todo modelo debe cumplir, parsimonia y simplicidad (VANCLAY, 1994), si bien sería interesante en futuros trabajos comparar la metodología usada en este trabajo con otras metodologías como la de los modelos semi-empíricos.

Este trabajo es el primer modelo de incremento en diámetro para el alcornoque desarrollado en España, creemos que puede proporcionar una valiosa información para futuros trabajos que lleven a un conocimiento más profundo de la selvicultura a aplicar en los alcornocales españoles.

BIBLIOGRAFÍA

DE BENITO ONTAÑÓN, N.; 2000. *Cork oak stands in Cortes de la Frontera.* Proceedings of the IUFRO Meeting Mediterranean Silviculture with emphasis in Quercus Suber, Pinus pinea and Eucalyptus sp.

MARTIN, G.L. & EK, A.R.; 1984. A comparison of competition measures and growth models for predicting plantation red pine diameter and height growth. *For. Sci.* 30: 731-743.

MYERS, R.; 1986. *Classical And Modern Regression with Applications.* Duxbury Press. Boston. MA.

PERRY, D.A.; 1985. The competition process in forest stands. *In*: M.G., Cannel, J. Jackson, (eds.), *Attributes of Trees as Crop Plants*: 481-506. Institute of Terrestrial Ecology. Abbots Ripton. Hunts.

TORRES, E.; 1995. *Estudio de los principales problemas selvícolas de los alcornocales del Macizo del Aljibe (Cádiz y Málaga).* Tesis Doctoral. E.T.S.I. de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid.

VANCLAY, J.K.; 1994. *Modelling forest growth and yield. Applications to Mixed Tropical Forests.* CAB International. Wallingford.

VAN LAAR, A.; 1991. *Forest Biometry.* University of Stellenbosch. S. Africa.