METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE UN MÓDULO DE CUBICACIÓN CON CLASIFICACIÓN DE PRODUCTOS DENTRO DE UN MODELO DE CRECIMIENTO DE MASA

F. Castedo Dorado [1], U. Diéguez-Aranda [2], R. Rodríguez Soalleiro [3] y J.J. Gorgoso Varela [2]

[1] Departamento de Ingeniería Agraria, Escuela Superior y Técnica de Ingeniería Agraria, Universidad de León (Campus de Ponferrada). Avda. de Astorga s/n. 24400-PONFERRADA (León-España). Correo elecrónico: diafcd@unileon.es
[2] Departamento de Ingeniería Agroforestal. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Santiago de Compostela. Campus universitario s/n. 27002-LUGO (España)
[3] Departamento de Producción Vegetal. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Santiago de Compostela. Campus universitario s/n. 27002-LUGO (España)

Resumen

Se presenta una metodología para el desarrollo de un módulo de cubicación con clasificación de productos dentro de un modelo de crecimiento de masa. En este modelo, las variables de estado área basimétrica, número de pies/ha y altura dominante se proyectan mediante distintas funciones de transición. La información de estas variables de estado en un instante cualquiera se utiliza para generar matemáticamente la distribución diamétrica, la altura de cada clase dimensional y su volumen unitario. El volumen total de la masa se estima por agregación de los volúmenes obtenidos en el paso anterior. La metodología utilizada, además de garantizar la compatibilidad entre diferentes funciones del sistema, permite una cubicación más detallada y exacta de la producción que un modelo que estime directamente el volumen total de masa a partir de las variables de estado.

Palabras clave: *Modelo de crecimiento de masa, Funciones de transición, Función de desagregación, Funciones de perfil compatibles, Volumen maderable*

INTRODUCCIÓN

Los objetivos de la gestión forestal determinan en gran medida el tipo de modelo de crecimiento y producción a desarrollar, la metodología más adecuada para su elaboración, y consecuentemente los datos necesarios y la resolución para las estimaciones (VANCLAY, 1994). Con respecto a este último aspecto, los modelos de árbol individual proporcionan el mayor nivel de detalle, aunque requieren un gran volumen de datos y un número elevado de análisis para su desarrollo. Sin embargo, según GARCÍA (1988), los modelos de masa son los más adecuados para la planificación de la gestión de plantaciones forestales, ya que representan un buen compromiso entre generalidad (entendida como su posible aplicación a un amplio rango de situaciones) y precisión de las estimaciones. Además, el mejor comportamiento estadístico de las variables de masa frente a las de árbol individual es un argumento adicional para la elección de un modelo de rodal completo. Por otra parte, un modelo de masa es, generalmente, el primer paso cuando se

ISSN: 1575-2410

programa el desarrollo de modelos de crecimiento para una determinada especie.

La mayoría de los modelos de masa proporcionan información dasométrica limitada (en algunos casos sólo el volumen de masa); sin embargo, una gestión forestal efectiva requiere información más detallada de la estructura de la masa y de la clasificación de los productos que proporciona según destinos comerciales. Para ello, un modelo de masa se puede desagregar mediante una función de densidad que estime la distribución diamétrica de la misma. Esta metodología ha sido empleada con éxito por CAO et *al.* (1982), BURK & BURKHART (1984), KNOEBEL et *al.,* (1986), URIBE (1997), DEL RÍO (1999) y KOTZE (2002), entre otros, en la elaboración de modelos de crecimiento, generalmente en masas procedentes de plantación.

El objetivo de este trabajo es describir una metodología para el desarrollo de un módulo de desagregación que permita la clasificación de la producción por clases dimensionales, con vistas a su inclusión en un modelo dinámico de crecimiento de masa.

MODELO DE MASA

El modelo dinámico en el que se pretende integrar el módulo de desagregación parte de la situación de una masa en un instante determinado t_1 definida por tres variables de estado: el número de pies/ha N_1, el área basimétrica G_1 y la altura dominante H_{01}. A partir de los valores de las variables en ese instante inicial, se pretende llegar a estimar el volumen por hectárea, clasificado según destinos, para una edad de proyección t_2 dada.

Las tres variables de estado mencionadas se proyectan hacia el futuro mediante la utilización de sus correspondientes funciones de transición. Éstas deben ser invariantes con la edad, es decir, los valores predichos en un instante futuro a partir de unas determinadas condiciones iniciales deben de ser iguales independientemente del número de pasos utilizados en su predicción; además, deben ser sencillas, ya que los modelos demasiado complejos y con muchas interacciones entre las variables independientes pueden verse afectados por la existencia de correlación entre las mismas.

Teniendo en cuenta las consideraciones apuntadas, la alternativa más interesante para desarrollar las funciones de transición es utilizar funciones en forma de diferencias algebraicas, ya que, al obtenerse a partir de ecuaciones diferenciales, poseen las propiedades necesarias en un modelo de este tipo. En general, una ecuación en diferencias algebraicas tiene la forma:

$$y_2 = f(y_1, t_2, t_1) \qquad [1]$$

donde y_2 es el valor de una variable continua que define una masa a una edad t_2, e y_1 es el valor de la misma variable a una edad t_1. En esta metodología se asume que las condiciones iniciales (y_1 y t_1) contienen información suficiente acerca de la trayectoria de crecimiento de la masa (AMARO et *al.,* 1997), aunque es posible que la ecuación incluya otras variables (p. ej., el índice de sitio). El ajuste de las funciones de transición en diferencias algebraicas requiere disponer de datos de parcelas o árboles en dos instantes diferentes, que generalmente se obtienen a partir de dos o más mediciones de las variables de interés.

En la función de transición de la variable altura dominante se asume que ésta permanece inalterada por los tratamientos selvícolas, dependiendo tan sólo de la edad correspondiente y del índice de sitio. Éste, a su vez, se determina directamente a partir de un par altura dominante-edad, mediante una función de crecimiento en altura dominante que estima la altura dominante a la edad de referencia.

La evolución del número de pies por hectárea no se somete a restricción en el modelo, de modo que puede plantearse cualquier situación posible eligiendo los marcos de plantación y regímenes de clara que interesen. Es decir, a cualquier edad el selvicultor puede simular una clara o clareo, fijar el número de pies a extraer y comprobar los efectos de esta intervención sobre el resto de variables de la masa. Si no se efectúan claras, la evolución de la densidad está determinada por la mortalidad natural existente, definida por una función de mortalidad.

La ecuación de crecimiento en área basimétrica se utiliza para proyectar esta variable en el tiempo. Además, se puede incluir una función que proporcione el área basimétrica inicial y, por tanto, establezca un punto de partida para comenzar la simulación. Esta función, que debe coincidir con la ecuación de crecimiento a partir de la que se desarrolla la función de transición en diferencias algebraicas, sólo debería utilizarse cuando la masa no esté todavía establecida o cuando no se disponga de un inventario previo de la misma.

MÓDULO DE DESAGREGACIÓN

La información de las tres variables de estado en un instante cualquiera se utiliza para generar matemáticamente la distribución diamétrica de la masa, la altura de cada clase dimensional y su volumen unitario, clasificado por destinos comerciales. El volumen de la masa se estima por agregación de los volúmenes obtenidos en el paso anterior, y consecuentemente los crecimientos como diferencia entre los volúmenes en dos instantes.

Distribución diamétrica

Se han empleado numerosas funciones de densidad paramétricas para describir la distribución diamétrica de una masa (p. ej., A de Charlier, Normal, Beta, Gamma, SB de Johnson, Weibull), si bien, debido a su flexibilidad y sencillez, la que ha tenido mayor difusión en los modelos de crecimiento ha sido la Weibull (BAILEY & DELL, 1973; MALTAMO et *al.,* 1995; KANGAS & MALTAMO, 2000), cuya función de distribución se muestra en la ecuación [2]:

$$F(x)=\int_0^x \left(\frac{c}{b}\right)\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c} dx = 1-e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c} \qquad [2]$$

donde *x* es la variable aleatoria; *a* es un parámetro de situación que, en el caso de las distribuciones diamétricas, coincide con el diámetro mínimo de la distribución; *b* es un parámetro de escala relacionado con el recorrido o rango de la distribución; *c* es un parámetro de forma; y *e* es la base del logaritmo neperiano. Todos los parámetros toman valores positivos.

Para obtener los parámetros de la función Weibull es posible utilizar diferentes metodologías, que se pueden clasificar en alguno de estos dos grupos: estimación de parámetros y recuperación de parámetros. La metodología de estimación de parámetros consiste en establecer relaciones entre distintas variables de masa y los parámetros de la función de densidad o de distribución ajustada a cada parcela. Por su parte, la recuperación de parámetros se basa en relacionar variables de masa, fundamentalmente el área basimétrica, la altura dominante y el número de pies, con percentiles (CAO & BURKHART, 1984) o con momentos (NEWBY, 1980; BURK & NEWBERRY, 1984) de la distribución diamétrica; las relaciones establecidas se utilizan posteriormente para recuperar los parámetros de la función de distribución o de densidad. En ambas metodologías el valor de las variables de masa en cualquier instante puede obtenerse a partir de un inventario o de un modelo de crecimiento. REYNOLDS et *al.* (1988) encontraron que la metodología de recuperación de parámetros proporciona mejores resultados que la de estimación.

La recuperación de los parámetros por el método de los momentos es la única forma de proceder que asegura directamente que la suma de las áreas basimétricas desagregadas obtenidas mediante la función Weibull sea igual al área basimétrica total proporcionada por la función explícita de crecimiento de dicha variable, es decir, que ambas sean compatibles numéricamente (HYINK, 1980; KNOEBEL et *al.,* 1986). En este método, los parámetros de situación (*a*), escala (*b*) y forma (*c*) de la función Weibull se recuperan a partir de la media, la varianza y el coeficiente de asimetría, que son respectivamente los momentos de primer, segundo y tercer orden de la distribución diamétrica. Por tal motivo, para proyectar la distribución diamétrica a partir de una serie de variables de masa es necesario relacionar los momentos con dichas variables. En este caso, como el coeficiente de asimetría no se relaciona fácilmente con ninguna variable de masa (ORTEGA, 1989; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, 1997; ÁLVAREZ GONZÁLEZ Y RUIZ, 1998), se suele asumir que el valor del parámetro a es igual a cero. El empleo de esta condición reduce a dos los parámetros a estimar, convirtiendo por tanto la función Weibull en una función biparamétrica más sencilla de modelizar que la triparamétrica, y proporcionando resultados similares a los que se obtienen con ésta (MALTAMO et *al.,* 1995; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, 1997; ÁLVAREZ GONZÁLEZ Y RUIZ, 1998). A continuación se exponen las fórmulas que permiten recuperar los parámetros *b* (ecuación [4]) y *c* (ecuación [3]) de la función Weibull una vez fijado a cero el parámetro a.

$$\text{var} = \frac{\bar{d}^2}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{c}\right)}\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{c}\right)\right) \quad [3]$$

$$b = \frac{\bar{d}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)} \quad [4]$$

donde Γ es la función Gamma.

Conocidas la media y la varianza de la distribución diamétrica y teniendo en cuenta que la ecuación [3] sólo depende de c, este parámetro puede determinarse por procedimientos iterativos. Una vez obtenido el valor de c se puede calcular b a partir de la ecuación [4].

Considerando que el módulo de desagregación se desarrolla para incluirlo en un modelo de crecimiento de masa, se ha optado por modelizar únicamente la variable diámetro medio aritmético $\bar{d}$, debido a que la varianza se puede obtener en función de aquél y del diámetro medio cuadrático d_g, mediante la relación:

$$\text{var} = d_g^2 - \bar{d}^2 \quad [5]$$

El diámetro medio cuadrático en un determinado instante se obtiene mediante la expresión:

$$d_g = \sqrt{4G/(\pi N)} \quad [6]$$

en función del área basimétrica G obtenida con una ecuación explícita de crecimiento de esta variable y del número de pies de la masa N obtenido mediante una función de mortalidad.

En la modelización del diámetro medio de la masa $\bar{d}$ es necesario tener en cuenta que las estimaciones de esta variable deben de ser siempre inferiores a las del diámetro medio cuadrático. Por ello se recomienda utilizar la siguiente expresión (FRAZIER, 1981):

$$\bar{d} = d_g - e^{\mathbf{X}\beta} \quad [7]$$

donde **X** es un vector de variables independientes (p. ej., altura dominante, número de pies, edad) que caracterizan el estado de la masa en un instante determinado y β es un vector de parámetros a estimar. Esta opción fue ampliamente utilizada en la modelización de distribuciones diamétricas mediante la metodología de recuperación de parámetros (CAO et *al.,* 1982; BURK & BURKHART, 1984; KNOEBEL et *al.,* 1986).

Estimación de la altura por clases dimensionales

Una vez conocida la distribución diamétrica es necesario estimar la altura correspondiente al pie medio de cada una de las clases diamétricas obtenidas. Para ello, se puede utilizar una relación altura-diámetro local; sin embargo, la heterogeneidad de condiciones estacionales y el diferente estado selvícola de las masas provocan que una única ecuación altura-diámetro no se ajuste bien a todas las situaciones. Una alternativa práctica es emplear una relación altura-diámetro generalizada en la que, para predecir la altura de cada árbol, se utilice su diámetro normal y una o más variables de masa (altura media o dominante, diámetro medio cuadrático, diámetro dominante, número de pies, área basimétrica, edad, etc.), que tengan en cuenta ciertas características básicas inherentes a todas las regresiones de altura locales que representan a cada parcela o rodal individual (GADOW et *al.,* 2001).

La relación altura-diámetro generalizada se puede forzar para que estime la altura dominante de la masa cuando se introduzca el diámetro dominante como variable independiente. Para ello, las ecuaciones deben incluir términos exponenciales de la forma $1/d - 1/d_0$, $1-d/d_0$ ó $(1-e^{b_0 d})/(1-e^{b_0 d_0})$, o multiplicativos de la forma d/d_0, como las ecuaciones desarrolladas por MØNNESS (1982), TOMÉ (1988) y CAÑADAS et *al.* (1999).

Estimación del volumen unitario de cada clase diamétrica y del volumen total

El volumen unitario de cada clase diamétrica se puede estimar mediante una tarifa cubicación de volumen total. En el caso de que sea además necesario realizar una clasificación de los volúmenes por destinos comerciales, se puede utilizar una función de perfil, que por integración permite la cubicación de los árboles hasta una determinada altura o diámetro especificados. Generalmente, ambas ecuaciones utilizan como variables de entrada el diámetro normal y la altura total del árbol, que en el módulo de desagregación se corresponden con el diámetro normal del árbol representativo de cada una de las clases diamétricas y su altura estimada mediante la relación altura-diámetro generalizada.

Resultan especialmente interesantes los sistemas de estimación de volumen compatibles, que proporcionan el mismo volumen integrando una función de perfil que utilizando una tarifa de cubicación; en algunos casos se sustituye esta última por una tarifa de cubicación hasta o por encima de una altura determinada, en cuyo caso la tarifa de volumen total es un caso especial de la tarifa hasta o por encima de cierta altura. En el trabajo de DIÉGUEZ-ARANOR (2004) se puede encontrar una recopilación actualizada de sistemas de ecuaciones de este tipo.

El procedimiento más común para obtener un sistema de ecuaciones de volumen a partir de una función de perfil consiste en aprovechar la relación que describe ésta, es decir, la relación entre el diámetro d_i del tronco a una cierta altura h_i, medida desde el suelo, con dicha altura. De esta forma se pueden conocer los diámetros que alcanza un árbol a distintas alturas del tronco. Teniendo en cuenta la aplicación de la integral definida al cálculo del volumen de un sólido de revolución, es posible determinar por integración el volumen entre dos alturas cualesquiera del tronco. Así, considerando una rodaja del tronco del árbol como un cilindro elemental con una altura infinitesimal dh_i, su volumen será el producto de ésta por su sección si, que se puede obtener a partir de la función de perfil $d_i=f(h_i)$ como:

$$s_i = \frac{\pi}{4} d_i^2 = \frac{\pi}{4} f(h_i)^2 \qquad [8]$$

Por tanto, el volumen dv_i de la rodaja o cilindro elemental será:

$$dv_i = \frac{\pi}{4} f(h_i)^2 \, dh_i \qquad [9]$$

El volumen total del tronco v se obtiene integrando la ecuación [9] entre 0 (nivel del suelo) y la altura total del árbol h:

$$v = \int_0^h \frac{\pi}{4} f(h_i)^2 \, dh_i \qquad [10]$$

El volumen hasta una cierta altura hi se obtiene de la misma forma que el volumen total, pero considerando como límite superior de integración h_i. Análogamente, el volumen de una troza entre dos alturas h_1 y h_2 se determina sustituyendo respectivamente dichas alturas en los límites inferior y superior de la integral.

Para que el sistema sea compatible, la expresión resultante de la ecuación [10] debe ser similar a la de una tarifa de cubicación de reconocida fiabilidad; por ejemplo $v=a_0 d^{a_1} h^{a_2}$ o $v=\alpha+\beta d^2 h$. La compatibilidad se asegura mediante lo que se denomina relación de compatibilidad, que expresa los parámetros de una ecuación en función de los de la otra.

Por su parte, en los sistemas que constan de una función de perfil y una tarifa de cubicación hasta o por encima de un diámetro determinado, la compatibilidad con la ecuación de volumen total se obtiene incluyendo ésta en la ecuación de volumen hasta o por encima de cierto diámetro, resolviéndola para el caso especial en el que la altura considerada sea la altura total del árbol.

En la práctica, también suele ser necesario conocer la altura a la que se alcanza un cierto diámetro, ya que, entre otras posibles variables como la curvatura o las características físico-mecánicas de la madera, es el diámetro menor de las trozas, en combinación con la longitud de las mismas, lo que determina generalmente su destino final en la industria. Por tanto, una vez fijado un diámetro d_i, la altura h_i a la que se alcanza se puede obtener calculando la inversa de la función de perfil, es decir, expresando h_i en función de d_i (bien sea de forma analítica o numéricamente mediante algún procedimiento iterativo). Posteriormente, el valor de la altura obtenido se utiliza como límite superior o inferior de la integral según convenga. En este caso, la tarifa de cubicación con clasificación de productos se puede expresar como el conjunto de dos ecuaciones: una que proporciona la altura para un determinado diámetro, $h_i=f(d_i)$, y otra que permite calcular por integración el volumen hasta dicha altura.

Para conocer el volumen de la masa basta con multiplicar el volumen unitario del árbol representativo de cada clase diamétrica por su frecuencia según la función de distribución diamétrica, y sumar los valores obtenidos. Una vez que se dispone del valor de la producción total se puede estimar el crecimiento medio o corriente de la masa sin más que dividir el volumen total entre la edad, o la diferencia de volúmenes entre dos edades. Estos valores permiten comparar diferentes alternativas selvícolas y elegir la más adecuada en función de los objetivos propuestos.

La metodología utilizada, además de garantizar la compatibilidad entre diferentes funciones del sistema, permite una cubicación más detallada y exacta de la producción que un modelo que estime directamente el volumen total de masa a partir de las variables de estado.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto de investigación AGL2001-3871-C02-01 "Crecimiento y evolución de masas de pinar en Galicia".

BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G. Y RUIZ, A.D.; 1998. Análisis y modelización de las distribuciones diamétricas de Pinus pinaster Ait. en Galicia. *Inv. Agr., Sist. Rec. For.* 7(1-2): 123-137.

ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; 1997. *Análisis y caracterización de las distribuciones diamétricas de Pinus pinaster Ait. en Galicia.* Tesis doctoral (inédito). Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid.

AMARO, A.; REED, D.D.; THEMIDO, I. & TOMÉ, M.; 1997. Stand growth modelling for first rotation Eucalyptus globulus Labill. in Portugal. *In*: A. Amaro & M. Tomé (eds.), *Empirical and process-based models for forest tree and stand growth simulation*: 99-110. Ediçoes Salamandra. Oeiras.

BAILEY, R.L. & DELL, T.R.; 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *For. Sci.* 19(2): 97-104.

BURK, T.E. & BURKHART, H.E.; 1984. *Diameter distributions and yields of natural stands of loblolly pine.* School of Forestry and Wildlife Resources, VPI & SU. Publication No. FSW-1-84.

BURK, T.E. & NEWBERRY, J.D.; 1984. A simple algorithm for moment-based recovery of Weibull distribution parameters. *For. Sci.* 30(2): 329-332.

CAÑADAS, N.; GARCÍA, C. Y MONTERO, G.; 1999. Relación altura-diámetro para Pinus pinea L. en el Sistema Central. *En*: A. Rojo et *al.*, (eds.), *Actas del Congreso de Ordenación y Gestión Sostenible de Montes* I: 139-153. Tragsatec. Santiago de Compostela.

CAO, Q.V. & BURKHART, H.E.; 1984. A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. *For. Sci.* 30(1): 129-137.

CAO, Q.V.; BURKHART, H.E. & LEMIN, R.C.; 1982. *Diameter distributions and yields of thinned loblolly pine plantations.* School of Forestry and Wildlife Resources, VPI & SU. Publication No. FSW-1-82.

DEL RÍO, M.; 1999. *Régimen de claras y modelo de producción para Pinus sylvestris L. en los Sistemas Central e Ibérico.* Tesis Doctorales INIA 2. Serie Forestal. Madrid.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; 2004. *Modelo dinámico de crecimiento para masas de Pinus sylvestris L. procedentes de repoblación en Galicia.* Tesis doctoral. Escola Politécnica Superior. Universidade de Santiago de Compostela. Lugo.

FRAZIER, J.R.; 1981. *Compatible whole-stand and diameter distribution models for loblolly pine.* Unpublished Ph. D. Thesis. VPI & SU.

GADOW, K.V.; REAL, P. Y ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; 2001. *Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques.* IUFRO World Series vol. 12. Vienna.

GARCÍA, O.; 1988. Growth modelling – a (re)view. *N. Z. For.* 33(3): 14-17.

HYINK, D.M.; 1980. Diameter distribution approaches to growth and yield modelling. *In*: K.M. Brown & F.R. Clarke (eds.), *Forecasting Forest Stand Dynamics*: 138-163. School of Forestry. Lakehead University.

KANGAS, A. & MALTAMO, M.; 2000. Calibrating predicted diameter distribution with additional information. *For. Sci.* 46(3): 390-396.

KNOEBEL, B.R.; BURKHART, H.E. & BECK, D.E.; 1986. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. *For. Sci. Monograph* 27:1-62.

KOTZE, H.; 2002. A strategy for growth and yield research in Komatiland Forests in South Africa. *In*: *Proceedings of IUFRO workshop Reality, models and parameter estimation - the forestry scenario.* Sesimbra (Portugal).

MALTAMO, M.; PUUMALAINEN, J. & PÄIVINEN, R.; 1995. Comparison of Beta and Weibull functions for modelling basal area diameter distributions in stands of Pinus sylvestris and Picea abies. *Scand. J. For. Res.* 10: 284-295.

MØNNESS, E.N.; 1982. Diameter distributions and height curves in even-aged stands of Pinus sylvestris L. *Medd. No. Inst. Skogforsk* 36(15): 1-43.

NEWBY, M.; 1980. The properties of moment estimators for the Weibull distribution based on the sample coefficient of variation. *Technometrics* 22: 187-194.

ORTEGA, A.; 1989. *Modelos de evolución de Pinus sylvestris L.* Tesis doctoral (inédito). Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid.

REYNOLDS, M.R.; BURK, T.E. & HUANG, W.; 1988. Goodness-of-fit tests and model selection procedures for diameter distribution models. *For. Sci.* 34:373-399.

TOMÉ, M.; 1988. *Modelaçao do crescimento da árvore individual em povoamentos de Eucalyptus globulus Labill. (1ª rotaçao) na regiao centro de Portugal.* Ph. D. Thesis (inédito). Instituto Superior de Agronomía. Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa.

URIBE, A.; 1997. Modelación del crecimiento de Pinus patula Schletch et Cham en la región Andina suroccidental colombiana. *In*: A. Ortega & S. Gezan (eds.), *Proceedings of the IUFRO conference Modelling growth of fast-grown tree species*: 36-51. IUFRO. Valdivia (Chile).

VANCLAY, J.K.; 1994. *Modelling forest growth and yield. Applications to mixed tropical forests*. CAB International. Wallingford.