LA LEY DE ZIPF EN LA VEGETACIÓN FORESTAL DE HAYEDOS Y CASTAÑARES

F. Blasco Contreras [1], A. Rubio Sánchez [2] y J.C. Sanz Nuño [1]

[1] Departamento de Matemática Aplicada a los Recursos Naturales. ETS Ingenieros de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. 28040-MADRID (España).
[2] Departamento de Silvopascicultura. ETS Ingenieros de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. 28040-MADRID (España)

RESUMEN

En este trabajo abordamos la distribución de especies florísticas en castañares y hayedos en España. En concreto se estudia la frecuencia de aparición de cada especie como función del rango que ocupa en el conjunto. Observamos que, en las parcelas estudiadas, las especies se organizan según una Ley de Zipf, salvo la especie principal en el caso del haya y el castaño dedicado a la producción de fruto. Finalmente planteamos posibles razones por las que aparece esta distribución.

Palabras clave: *Modelos matemáticos, Leyes de escala, Distribución de especies*

INTRODUCCIÓN.

La distribución de elementos en la naturaleza se ha estudiado durante muchos años utilizando técnicas fundamentalmente estadísticas. En una línea complementaria, se han publicado recientemente trabajos en el ámbito de la física de sistemas complejos, en los que se buscan regularidades universales compartidas por distintos sistemas naturales. En este contexto uno de los descubrimientos más sorprendentes es la llamada ley de Zipf (LI, 1999). George Kipling Zipf, un lingüista de Harvard, descubrió que al ordenar las palabras que aparecen en un texto escrito en inglés, de la más frecuente a la menos frecuente, (i.e. asignamos el valor 1 a la palabra más frecuente, el valor 2 a la segunda más frecuente, y así sucesivamente) se cumplía que la frecuencia de aparición de la palabra i-ésima, era inversamente proporcional al rango que ocupaba (ZIPF, 1949). Cuando la distribución de frecuencias sigue una ley de Zipf, la frecuencia de aparición de una palabra frente al rango que ocupa se ajusta aproximadamente a una recta con pendiente –1 en una representación doble logarítmica. La ley de Zipf aparece en ámbitos tan diversos como la distribución de tamaños de ciudades (GABAIX, 1999), o la distribución de ingresos a nivel económico (REED, 2001) y, dentro de las Ciencias Naturales, en la distribución de genes (REED, 2003), redes tróficas animales (GARLASCHELLI et *al.,* 2003).

DATOS CONSIDERADOS

En este trabajo se han empleado unos datos florísticos procedentes del muestreo llevado a cabo durante la definición del hábitat paramétrico del haya (*Fagus sylvatica* L.) y del castaño (*Castanea sativa* Mill.) en España (GANDULLO et *al.,* 2004a,b). Para la ubicación de las parcelas de muestreo nos hemos apoyado previamente en la clasificación biogeoclimática peninsular

ISSN: 1575-2410

© 2004 Sociedad Española de Ciencias Forestales

y balear (ELENA, 1996) que, basándose en datos fisiográficos, climáticos y litológicos, divide el territorio nacional en siete Ecorregiones y cada una de ellas en una serie de menores clases territoriales. En cada punto de muestreo se fijó una parcela circular de radio variable (8 a 18 m) en función del número de pies de haya o castaño que pudieran considerarse y en ella se recogieron una serie de características del medio. Además, en cada una, se levantó un inventario florístico en el que fueron anotadas todas las especies existentes, junto con sus correspondientes grados de cobertura-abundancia según la escala de WESTHOFF Y VAN DER MAAREL (1978).

Después de las pertinentes determinaciones e identificaciones florísticas en el conjunto de las 88 parcelas de hayedo se han detectado 160 especies diferentes, mientras que en las 99 parcelas de los castañares hemos observado 126 especies en aquellas cuya principal producción es la maderera, y 202 especies en las que estaban orientadas a la obtención de fruto.

Con estos datos nos hemos planteado comprobar si la organización florística de estos distintos sistemas forestales sigue una ley de Zipf.

TRATAMIENTO MATEMÁTICO

Para cada una de las especies consideradas hemos calculado la suma, extendida al conjunto completo de parcelas, de los índices de cobertura; de este modo obtenemos un valor que será el que nos indica la frecuencia de aparición de la especie que estemos considerando.

En el caso de los hayedos, las cinco primeras especies serían (por orden) *Fagus sylvatica, Fagus sylvatica* nanofanerófito, *Buxus sempervirens, Helleborus foetidus* y *Hedera helix*, presentando unos índices globales de cobertura de 758, 151, 88, 66 y 52 respectivamente. Continuando la prelación por índice global de cobertura vemos tanto el valor del índice de cobertura de Daphne laureola como el de *Rubus* sp. es 26, por ello hemos optado por asignar a ambas especies el rango 12 y eliminar el rango 13, pasando así a tener en el rango 14 a *Geranium robertianum* y *Galium odoratum,* ambas con un índice de cobertura de 21. La siguiente tabla resume el conjunto de los datos utilizados.

Al representar esos datos en una gráfica con escala doble logarítmica observamos que los puntos de la gráfica aparecen prácticamente alineados, excepto la especie dominante *Fagus sylvatica* (Figura 1).

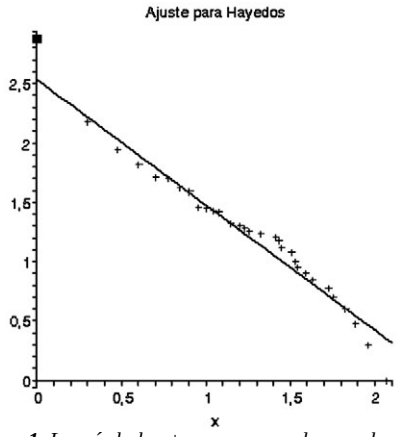

Figura 1. *Los símbolos + se corresponden con las especies que ocupan rango mayor o igual que 2 (i.e, todas salvo Fagus sylvatica). El símbolo ■ representa a Fagus sylvatica. La recta se ha determinado al ajustar por mínimos cuadrados las especies marcadas con +*

Dadas las grandes diferencias ecológicas, selvícolas y florísticas que existen entre los castañares que tienen por principal aprovechamiento la extracción de madera de aquellos cuyo interés es la obtención de fruto (RUBIO et *al.,* 1997, 1999), se van a estudiar como si de dos formaciones distintas se trataran. El mismo tratamiento llevado a cabo con las especies florísticas que aparecen en los hayedos, se realiza ahora con los castañares dedicados a la producción de fruto y los castañares dedicados a la producción de madera (Figura 2).

ANÁLISIS Y CONCLUSIÓN

A la vista de los resultados obtenidos en la sección anterior, dos hechos merecen ser destacados: por una parte resaltar que en estos tres

rango	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	17	18	21	26	27	28	32	34	35	39	43	53	57	67	77	91	118
freq	758	151	88	66	52	50	42	39	29	28	27	26	21	20	19	18	17	16	15	13	12	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

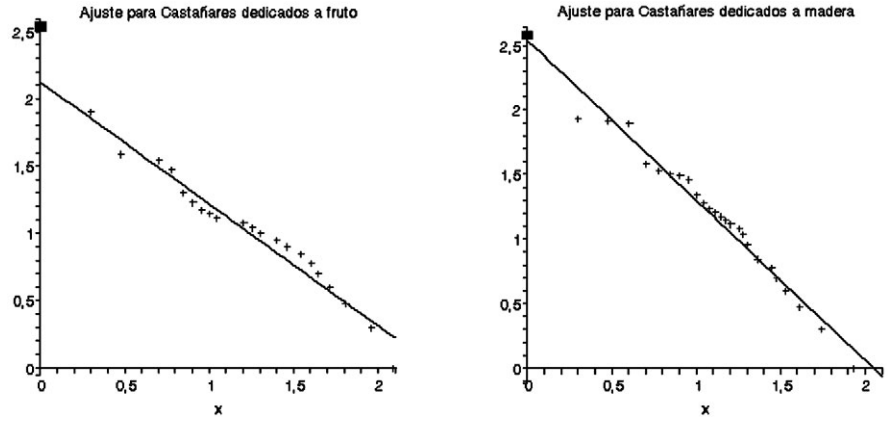

Figura 2. *En estas gráficas se han representado los datos florísticos correspondientes a los dos tipos de castañares considerados. En cada una de ellas el símbolo ■ representa a la especie principal (Castanea sativa) y los símbolos + al resto de las especies localizadas; los datos relativos a estas especies han sido ajustados a rectas mediante mínimos cuadrados*

casos efectivamente se tiene una organización tipo Zipf, la frecuencia de aparición de la especie i-ésima es inversamente proporcional al rango que ocupa. En efecto, en el caso de los hayedos, eliminando la especie principal *Fagus sylvatica* se obtiene, en escala doble logarítmica, que los puntos generados se ajustan muy bien (R^2*=0.96*) a la recta *y=-1.055 x + 2.5366.* Haciendo un análisis similar con las especies que aparecen en castañares dedicados a la producción de fruto se tiene un ajuste a la recta *y = -0.9073 x+ 2.1302,* con R^2*=0.96.* Por último comprobamos que los datos relativos a castañares dedicados a la producción de madera se ajustan a la recta *y=-1.2404 x +2.5454*, con un alto coeficiente de correlación (R^2*=0.97*). Las leyes tipo Zipf tienen que ver con "el principio de mínimo esfuerzo". Por ejemplo, en el caso de la frecuencia de palabras en un texto, POWERS (1998) indica que se produce un proceso competitivo que regula la minimización de esfuerzo entre el hablante y el oyente. En el caso de la distribución de tamaños de ciudades, la cooperación y la instalación de servicios, equivalente a "comodidad" y minimización de esfuerzo, pueden ser los causantes de que se siga una ley de Zipf (MARSILI-ZHANG, 1998) siendo así las ciudades más pobladas las que registran también un mayor crecimiento demográfico. Dado que la organización de las poblaciones en las parcelas que hemos estudiado responde a la ley de Zipf puede que, como ocurre con otras distribuciones poblacionales organizadas según esta ley, también se esté siguiendo un "principio de mínimo esfuerzo" (o de minimización de la entropía) en la distribución de las especies estudiadas.

El segundo hecho a destacar es la separación de la especie directriz (representada por ■ en las figuras 1 y 2) con respecto a la recta de regresión en el caso de los hayedos y los castañares dedicados a la producción de fruto. La diferencia absoluta con respecto de lo pronosticado por el ajuste es de 0.343 y 0.408 respectivamente, lo que supone el 13.5% de desviación en el caso del haya y el 19.2% en el caso del castaño. Por el contrario, los castañares dedicados a la producción maderera se separan respecto del pronóstico tan solo 0.0378 siguiendo prácticamente la misma ley, ya que la diferencia con respecto al ajuste es tan solo del 1.5%. La desviación de la posición real de la especie principal con respecto del valor pronosticado por el modelo podría ser un indicador de la intensidad de la intervención humana en el caso de los castañares, puesto que los orientados a la producción de fruto son gestionados de manera muy intensa, en comparación con los castañares madereros. En el caso de los hayedos bien pudiera hacerse una interpretación similar, pero que no es posible asumir del todo dado que el característico denso follaje del haya proyecta una abundante sombra que limita notablemente el desarrollo del soto-

bosque, en beneficio de ella misma. Es interesante resaltar un comportamiento similar en la distribución de ciudades según su tamaño en Francia, ya que el tamaño de París supera ampliamente el que debía tener según la ley de Zipf (LAHERRERE, 1996). Tras esta observación nos planteamos si la ley de Zipf puede ser útil para detectar la intervención humana en un bosque de origen desconocido. Para ello habría que comprobar el ajuste de otras formaciones forestales arbóreas de nuestro entorno y de otras latitudes, así como el ajuste con otro tipo de formaciones forestales no arbóreas.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente financiado por la CICYT en el marco del convenio de colaboración entre dicho organismo y el INIA mediante el proyecto FOA 97-1649 y por el proyecto SEC 2002-10372-E

BIBLIOGRAFÍA

BROWN, J.H.; GUPTA, V.K.; LI, B-L.; MILNE, B.T.; RESTREPO, C. & WEST, G.B.; 2002. The fractal nature of nature: power laws, ecological complexity and biodiversity. *Phil. Trans. R. Soc. London* B 357: 619-626.

ELENA ROSSELLÓ, R.; 1996. *Clasificación biogeoclimática de España peninsular y balear.* MAPA. Madrid.

GABAIX, X.; 1999. Zipf's Law and the Growth of Cities. *Am. Econ. Rev.* 89(2): 129-132.

GANDULLO, J.M.; BLANCO, A.; SÁNCHEZ, O.; RUBIO, A.; GÓMEZ, V. Y ELENA, R.; 2004. a *Las estaciones ecológicas de los hayedos españoles.* INIA. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Madrid.

GANDULLO, J.M.; RUBIO, A.; SÁNCHEZ, O.; BLANCO, A.; ELENA, R. Y GÓMEZ, V.; 2004. *Las estaciones ecológicas de los castañares españoles.* INIA. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Madrid.

GARLASCHELLI, D.; CALDARELLI, G. & PIETRONERO, L.; 2003. Universal scaling relations in foood webs. *Nature* 423: 165-168.

LAHERRERE, J.; 1996. Distributions de type "fractal parabolique" dans la Nature. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences. Série IIa: Sciences de la Terre et des Planétes.* 322: 535-541.

LI, W.; 1999. Zipf's Law. Ver *http://linkage.rockefeller.edu/wli/zipf/*

MARSILI, M. & ZHANG, Y-C.; 1998. Interacting Individuals Leading to Zipf's Law. *Physical Review Letters,* 80(12): 2741-2744.

POWERS, D.M.W.; 1998. Applications and Explanations of Zipf's Law. *In*: D.M.W. Powers (ed.), *New Methods in Language Processing and Computational Natural Language Learning*: 151-160. ACL.

REED, W.J.; 2001. The Pareto, Zipf and other power laws. *Economics Letters* 74: 15-19.

REED, W.J.; 2003. The Pareto law of incomes - an exploration and an extension. *Physica A* 319: 469-486.

RUBIO, A., ESCUDERO, A. & GANDULLO, J.M.; 1997. Sweet chesnut in an ecological extreme of its range (Extremadura-Spain). *Ann. For. Sci.* 54(7): 667-680.

RUBIO, A., GAVILÁN, R.G. & ESCUDERO, A.; 1999. Are soil characteristics and understorey composition controlled by forest management?. *For. Ecol. Manage.* 113: 191-200

WESTHOFF, W. & VAN DER MAAREL, E.; 1978. The Braun-Blanquet approach: *In*: R.H. Whittaker (ed.), *Classification of plant communities,* 2nd ed. Junk. The Hague.