

AJUSTE SIMULTÁNEO DE FUNCIONES DE TRANSICIÓN DE RODAL EMPLEANDO DATOS DE ANÁLISIS DE TRONCO Y PARCELAS PERMANENTES: UN EJEMPLO PARA *QUERCUS ROBUR* L. EN GALICIA

Esteban Gómez-García, Cristina Díaz-Rodríguez, Ulises Diéguez-Aranda y Felipe Crecente-Campo

Departamento de Ingeniería Agroforestal, Universidade de Santiago de Compostela. Escola Politécnica Superior. r/ Benigno Ledo s/n. Campus universitario. 27002-LUGO (España). Correo electrónico: esteban.gomez@usc.es, mariacrist.diaz@rai.usc.es, ulises.dieguez@usc.es, felipe.crecente@usc.es

Resumen

El enfoque del espacio de estados se emplea frecuentemente para desarrollar modelos de crecimiento de rodales regulares. Según esta teoría, caracterizando correctamente el sistema en cualquier instante de tiempo es posible predecir el futuro basándose exclusivamente en el estado actual, sin importar cuál ha sido su pasado. En el caso de rodales sometidos a diferentes tratamientos selvícolas, es frecuente caracterizar su estado a partir de la altura dominante, el número de pies por hectárea y el área basimétrica. Para predecir el estado del sistema en el futuro se emplean funciones de transición, una para cada variable de estado, que generalmente se expresan en forma de diferencias algebraicas. El ajuste de las funciones de transición tiene ciertas singularidades: (i) debe emplearse una metodología que sea invariante con respecto a la edad de referencia; (ii) dado que es muy probable que exista correlación entre los errores de alguna de las funciones de transición, que generalmente son no lineales, es necesario realizar un ajuste simultáneo de alguna de las ecuaciones; y (iii) las bases de datos utilizadas para ajustar las diferentes funciones de transición pueden no ser iguales (caso bastante habitual cuando los datos proceden, por ejemplo, de análisis de troncos y de parcelas permanentes de investigación). En este trabajo se presentan técnicas estadísticas que permiten tener en cuenta estas particularidades, ejemplificándose mediante el ajuste de las funciones de transición para *Quercus robur* L. en Galicia.

Palabras clave: SUR, GMM, variables dummy, Ajuste ponderado, Autocorrelación, Roble

INTRODUCCIÓN

Los objetivos de la gestión forestal y los recursos disponibles determinan en gran medida el tipo de modelo de crecimiento a desarrollar, la metodología más adecuada para su elaboración, y consecuentemente los datos necesarios y la resolución para las estimaciones (VANCLAY, 1994). Según GARCÍA (1988), los modelos de rodal (*stand models*) son los más adecuados para la planifica-

ción de la gestión forestal, ya que representan un buen compromiso entre generalidad (entendida como su posible aplicación a un amplio rango de situaciones) y precisión de las estimaciones.

Los modelos dinámicos de rodal predicen fundamentalmente tasas de cambio, es decir, crecimientos de alguna variable dasométrica. La teoría del espacio de estados (GARCÍA, 1988), cuyo principio debe buscarse en la teoría matemática de sistemas, ha resultado adecuada para el

desarrollo de modelos dinámicos de crecimiento de rodales forestales. Los fundamentos básicos de esta teoría son: una descripción del estado del rodal en un momento dado (el “estado” del sistema); unas funciones de transición, que definen la tasa de cambio del sistema y que dependen del estado inicial; y unas funciones de control, que consideran la intervención en el rodal.

En la selección de las variables de estado debe tenerse en cuenta el principio de parsimonia (GARCÍA, 1988; GADOW, 1996): el modelo ideal es el más sencillo que sea capaz de describir el fenómeno biológico que se pretende representar. En el caso de la selección de variables de estado, este principio implica que no se deben usar más variables de las necesarias para determinar con suficiente detalle el comportamiento futuro del sistema. Como variables de estado se consideran, generalmente, la altura dominante, el número de pies por hectárea y el área basimétrica. Las funciones de transición permiten proyectar dichas variables y conocer sus valores futuros.

De una forma simplificada, el estado de un sistema en un momento dado puede definirse como la información necesaria para determinar el comportamiento del sistema desde ese instante en adelante; es decir, dado el instante actual, el futuro no depende del pasado (GARCÍA, 1994). Además, según la teoría del espacio de estados, es posible estimar otras variables de interés a partir de los valores de las variables de estado en un determinado instante mediante las denominadas funciones de salida. Estas funciones de salida representan, por tanto, la conexión entre las variables de estado y otras variables requeridas para la gestión forestal (GARCÍA, 1994).

En este estudio se evalúa el desarrollo de funciones de transición de rodal resolviendo algunos de los problemas que con frecuencia se presentan en su ajuste y se pone como ejemplo el ajuste de funciones de transición para *Quercus robur* L. en Galicia.

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos

A diferencia de los modelos estáticos, los modelos dinámicos tienen en cuenta la evolución con el tiempo (es decir, el crecimiento) de las

variables descriptivas de los árboles y/o rodales forestales. Por lo tanto para la construcción de modelos dinámicos de crecimiento de rodal es necesario disponer de datos recogidos en rodales inventariados al menos en dos ocasiones, por lo que se debe disponer de una red de parcelas permanentes o de parcelas de intervalo (GADOW et al., 1999). En el desarrollo de la función de crecimiento en altura dominante (curvas de calidad de estación) también se pueden emplear datos de análisis de tronco de árboles dominantes.

Para el ejemplo que se muestra se disponía de datos de 72 parcelas permanentes y de intervalo (con mediciones desde el invierno de 2000 hasta el invierno de 2009) y datos de análisis de tronco de 133 árboles dominantes. Dicha red de parcelas está distribuida por las zonas en las que la especie está presente en Galicia y trata de cubrir las diferentes edades, densidades y calidades de estación existentes. Para realizar los análisis de tronco se aparearon árboles dominantes situados fuera de las parcelas de estudio, pero dentro de las mismas masas. De las 72 parcelas no eran válidas 4 para el desarrollo de las funciones de mortalidad e incremento en área basimétrica, debido a la extracción de numerosos pies para leña por la propiedad; tampoco eran válidas 13 parcelas para el desarrollo de las curvas de calidad de estación, debido a los daños de rotura de copas provocados por el ciclón Klaus en invierno de 2009. En la Tabla 1 se muestran los estadísticos descriptivos de los datos empleados en el ajuste.

Ajuste y selección de modelos

En la construcción de modelos dinámicos de crecimiento de rodal, además de contar con datos de crecimiento de las variables consideradas, el ajuste estadístico debe realizarse con una metodología que permita tener en cuenta dicho crecimiento. En una fase previa se ajustan, de forma independiente para cada función de transición, varios modelos con la metodología de variables dummy (CIESZEWSKI et al., 2000), empleando el procedimiento MODEL del programa estadístico SAS/ETS® (SAS INSTITUTE INC., 2008). Con el uso de una variable instrumental esta metodología evita que dentro de la misma ecuación la variable a ajustar actúe también como variable regresora, con lo cual el término del error se sitúa únicamente en el lado derecho de la ecuación.

Función	Variable	Media	Min.	Max.	σ	Media	Min.	Max.	σ
H_0	Parcelas permanentes o de intervalo (59)					Análisis de tronco en árboles (133)			
	t (años)	75	37	164	27,0	31	1	132	21,6
	H_0 (m)	18,39	9,90	24,64	3,03	8,43	0,28	27,40	5,20
N G	Parcelas permanentes o de intervalo (68)								
	t (años)	76	37	164	26,2				
	N (pies·ha ⁻¹)	846	325	3022	387				
	G (m ² ·ha ⁻¹)	33,03	13,14	68,79	9,33				

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de los datos empleados en el ajuste. Donde σ = desviación típica, t = edad del rodal, H_0 = altura dominante, N = número de pies por hectárea y G = área basimétrica

Para el ejemplo que se muestra se consideró que la actual función de transición en altura dominante para roble en Galicia (BARRIO-ANTA & DIÉGUEZ-ARANDA, 2005) era mejorable y para desarrollar una nueva se evaluaron modelos ADA y GADA generados a partir de los modelos base de Bertalanffy Richards, Hossfeld y Korf (CASTEDO-DORADO et al., 2007). Para la función de transición del número de pies por hectárea fueron evaluados los modelos incluidos en DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2005b) y para la del área basimétrica se evaluaron los modelos recogidos en DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2005a) mas los modelos GADA recogidos en CASTEDO-DORADO et al. (2007).

La elección del mejor modelo en cada caso se basó en análisis numéricos y gráficos de los residuos. El análisis gráfico incluye por un lado representar los residuos frente a los valores predichos y por otro superponer las curvas ajustadas a los datos observados. Para el análisis numérico se consideraron tres estadísticos utilizados con frecuencia en modelización forestal: el coeficiente de determinación (R^2), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el BIC (*Bayesian Information Criteria*; SCHWARZ, 1978).

En un segundo paso, y una vez constatada la existencia de correlación entre errores, se realizó un ajuste simultáneo para eliminar el problema. Para evaluar la correlación entre los errores de las ecuaciones ajustadas de forma independiente, se utilizó el coeficiente de correlación de Pearson (ρ), mediante el empleo del procedimiento CORR del programa estadístico Base SAS® (SAS INSTITUTE INC., 2010). Al no existir relaciones analíticas entre las diferentes ecuaciones, el sistema se puede resolver de forma simultánea empleando la metodología SUR (*Seemingly Unrelated*

Regressions), conocida también como mínimos cuadrados generalizados conjuntos (ÁLVAREZ GONZÁLEZ et al., 2007). La metodología SUR es una generalización del método de regresión por mínimos cuadrados ordinarios (*Ordinary Least Squares*, OLS) para un sistema de ecuaciones no lineales. Como OLS, el método SUR asume que todas las variables regresoras son variables independientes, pero usa la correlación entre los errores de las diferentes ecuaciones para mejorar la eficiencia de las estimaciones. El sistema de ecuaciones resultante del ajuste es siempre el mejor posible y es adecuado en previsión de que las funciones de transición sean consideradas submodelos dentro de un modelo de crecimiento; aunque no es necesariamente el mejor si las funciones de transición se emplean de forma individual. Para el ajuste simultáneo se empleó el procedimiento MODEL del programa estadístico SAS/ETS® (SAS INSTITUTE INC., 2008).

Si se emplean datos de parcelas y de análisis de tronco el número de datos a ajustar es diferente para cada ecuación, y el ajuste simultáneo solo tiene en cuenta aquellos datos comunes para todas las ecuaciones. En el ejemplo propuesto los datos para el ajuste de H_0 eran diferentes a los empleados para los ajustes de N y G , por lo tanto el programa excluiría los datos de los análisis de tronco y de algunas parcelas que no tienen datos para las tres variables. Sin embargo se pueden emplear todos los datos en el ajuste realizando un ajuste ponderado y utilizando una serie de variables dummy (CRECENTE-CAMPO et al., 2010). En este ejemplo fueron necesarias dos variables dummy (z_1 y z_2), z_1 es igual a 1 para los datos con observación de H_0 y 0 en caso contrario y z_2 es igual a 1 para datos

con observación de N y G y 0 en caso contrario. Para datos sin observación fue necesario asignarles un valor no nulo (en el ejemplo “1”), para que el programa los incluyera en el ajuste simultáneo. Finalmente se realizó un ajuste ponderado con un peso de z_1 en la ecuación de H_0 y de z_2 en las ecuaciones de N y G mediante el uso de la opción *resid. variable* (donde *variable* es el nombre de la correspondiente variable de rodal) del procedimiento MODEL del programa estadístico SAS/ETS® (SAS INSTITUTE INC., 2008), el cual permite la utilización de diferentes pesos para cada ecuación. Debido al incremento de datos usados en el ajuste (nótese que los datos de análisis de tronco se incluyeron en los ajustes), los errores estándar aproximados que proporciona la salida del programa estadístico no son verdaderos. Los errores estándar aproximados se deben recalcular de la siguiente forma:

$$Err.Estd.Aprox._{verdaderos} = Err.Estd.Aprox._{ponderados} \sqrt{\frac{n_{ponderado} - p}{n_{verdadero} - p}} \quad [1]$$

donde n es el número de datos y p el número de parámetros.

Debido a que los datos procedentes del análisis de tronco son series temporales, el ajuste de funciones a estos datos puede tener asociados problemas de autocorrelación (correlación entre los residuos dentro de un mismo individuo). La autocorrelación se puede detectar mediante análisis numéricos, pero una de las maneras más eficientes de evaluar su presencia es la inspección visual analizando los gráficos de residuos frente a residuos con uno o más retrasos. Para corregir este problema se puede modelizar el término del error mediante una estructura autorregresiva de tiempo continuo (*continuous-time autoregressive error structure*), aplicable cuando los datos no están espaciados regularmente ni son balanceados (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006), características de muchos conjuntos de datos forestales (WEST et al., 1984). En el ejemplo propuesto no se consideró la autocorrelación en el ajuste de las otras dos funciones de transición al contar con un máximo de tres observaciones por individuo.

Las funciones de transición se ajustaron simultáneamente y con variables dummy bajo el supuesto de que la varianza de los errores se mantiene constante (homocedasticidad), lo que a veces no sucede (heterocedasticidad). En caso

de que exista heterocedasticidad en alguna de las ecuaciones ajustadas se puede emplear la metodología GMM (*Generalized Method of Moments*), en lugar de SUR, para obtener estimaciones eficientes de los parámetros.

RESULTADOS

En el ejemplo propuesto (desarrollo de funciones de transición para rodales regulares de *Quercus robur* L. en Galicia), y una vez seleccionados los modelos que presentaban un mejor ajuste para cada función de transición, se constató la existencia de correlación de errores entre distintas variables (Figura 1). El coeficiente de correlación de Pearson ($\hat{\rho}$) resultó significativo entre los residuos del modelo de crecimiento en área basimétrica y los modelos de crecimiento de altura dominante y de reducción del número de pies por hectárea. Para evitar este problema, se realizó el ajuste simultáneo de las ecuaciones de transición. Dada la formulación de las ecuaciones seleccionadas (ver Tabla 2) y la no presencia de heterocedasticidad el ajuste simultáneo se realizó con la metodología SUR. En la función de crecimiento en altura dominante se detectó autocorrelación. Para corregirla se modelizó el término del error mediante una estructura autorregresiva de tiempo continuo de orden 2 (Figura 2).

Una vez realizado el ajuste simultáneo de las funciones de transición, los errores estándar fueron recalculados mediante la Ecuación [1] y todos los parámetros resultaron significativos a un nivel del 5%. Los gráficos de residuos frente a valores predichos (no presentados) mostraron un patrón aleatorio de los residuos alrededor del cero, con varianza homogénea y sin tendencias significativas. En la Tabla 2 se presentan las ecuaciones finales y los estadísticos de bondad de ajuste. En las Figuras 3, 4 y 5 se representan las curvas ajustadas superpuestas a los datos observados para la altura dominante, el número de pies por hectárea y el área basimétrica, respectivamente.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las funciones de transición para la proyección en el tiempo de las variables de estado altu-

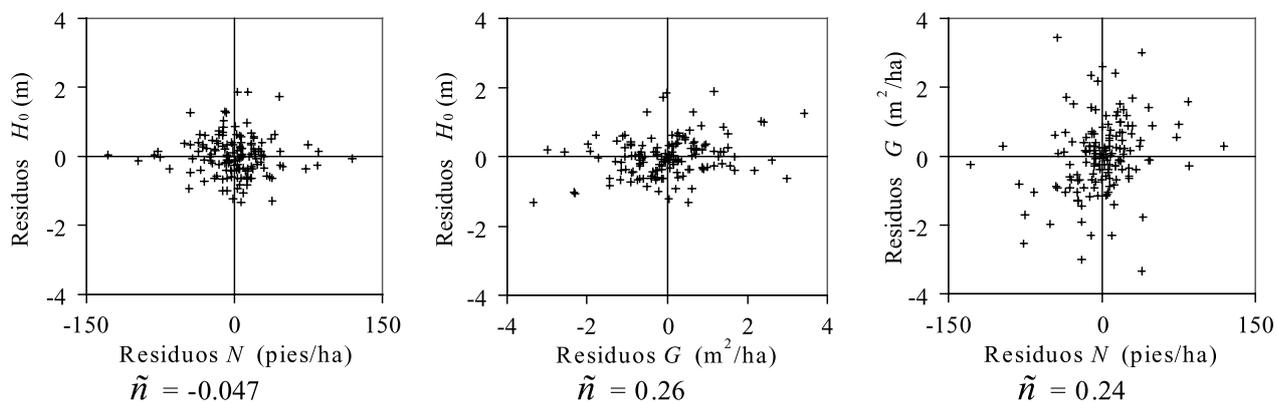


Figura 1. Residuos de las ecuaciones de H_0 frente a N (gráfico izquierdo), H_0 frente a G (gráfico central) y G frente a N (gráfico derecho); debajo de cada gráfico se muestra la correlación de residuos (coeficiente de correlación de Pearson, \tilde{n})

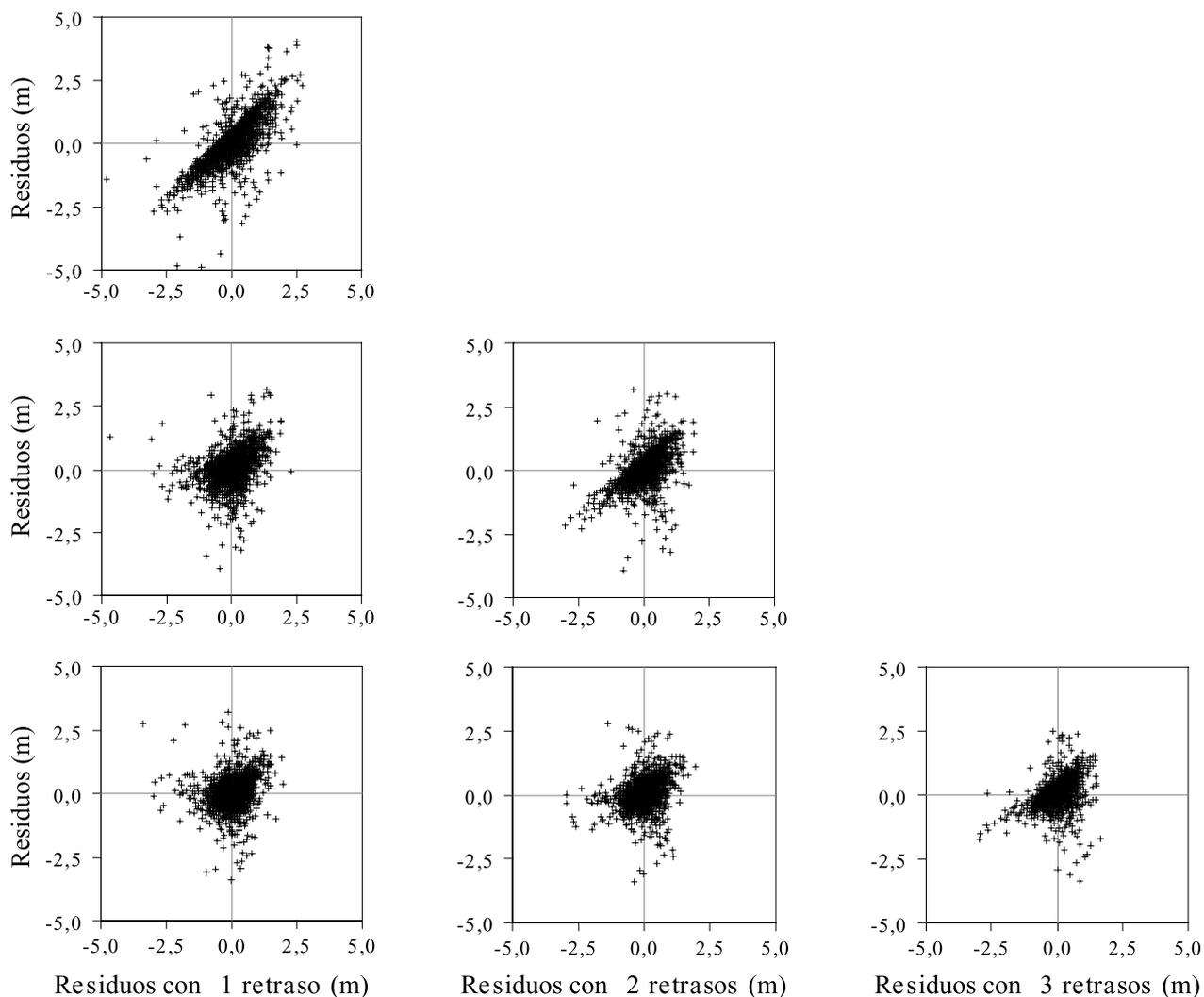


Figura 2. Residuos frente a: residuos con 1 retraso (columna izquierda), residuos con 2 retrasos (columna central) y residuos con 3 retrasos (columna derecha) en el ajuste de la función de H_0 sin considerar autocorrelación (primera fila), y empleando una estructura autoregresiva de tiempo continuo de primer y segundo orden (segunda y tercera fila respectivamente)

Función de transición para la altura dominante	R^2	REMC
$H_{02} = H_{01} \left[\frac{1 - \exp(-0,01440t_2)}{1 - \exp(-0,01440t_1)} \right]^{-1,049+7,479/X}$ <p style="text-align: center;">, donde</p> $X = 0,5 \left[\ln(H_{01}) + 1,049L + \sqrt{(\ln(H_{01}) + 1,049L)^2 - 29,92L} \right]$ $L = \ln[1 - \exp(-0,01440t_1)]$	0,89	1,81 m
Función de transición para el número de pies por hectárea		
$N_2 = N_1 \exp[-0,01533(t_2 - t_1)]$	0,98	61,0 pies · ha ⁻¹
Función de transición para el área basimétrica		
$G_2 = G_1^{t_1/t_2} \exp \left[0,8579 \ln(H_{01}) \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right) + 0,3060 \ln(N_1) \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right) \right]$	0,96	1,78 m ² · ha ⁻¹

Tabla 2. Funciones de transición para rodales regulares de *Quercus robur* L. en Galicia y estadísticos de bondad de ajuste. Donde t_1, t_2 = edad del rodal al inicio y al final de la proyección (años), respectivamente; $H_{01}, H_{02}, N_1, N_2, G_1, G_2$ = altura dominante (m), número de pies·ha⁻¹ y área basimétrica (m²·ha⁻¹) a las edades inicial t_1 y final t_2 de la proyección, respectivamente

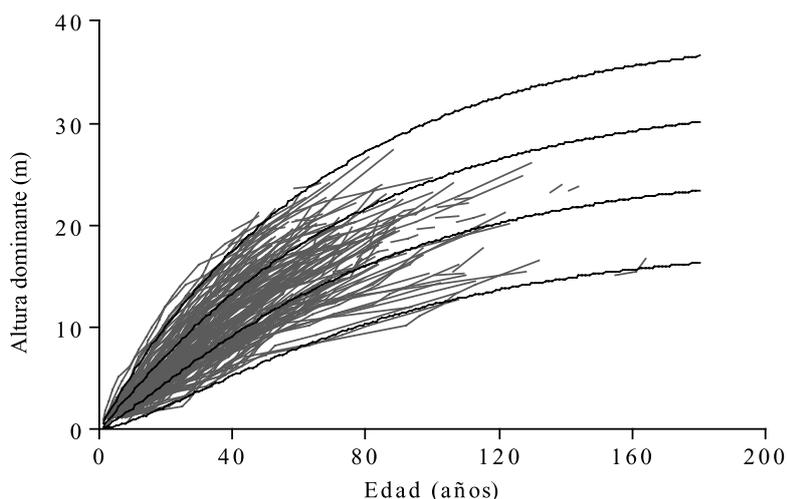


Figura 3. Curvas de calidad de estación para índices de sitio de 8, 13, 18 y 23 m a la edad de referencia de 60 años, superpuestas a los datos observados de análisis de tronco y de parcelas de investigación

ra dominante, área basimétrica y número de pies por hectárea desarrolladas en este estudio se consideran hasta el momento las más adecuadas para la planificación de la gestión de rodales regulares de *Q. robur* en Galicia. Las técnicas estadísticas empleadas permiten tener en cuenta ciertas particularidades en el ajuste de estas funciones, como son: el empleo de una metodología independiente con la edad de referencia, considerar la correlación de errores y el empleo de diferentes bases de datos o la presencia de heterocedasticidad y de autocorrelación.

Las funciones de transición de la altura dominante son una parte esencial de los modelos

dinámicos de crecimiento, ya que la calidad de estación (dada por la altura dominante y la edad, o por el índice de sitio) interviene habitualmente en otras funciones de transición y en funciones de salida. Además, el índice de sitio es una variable fundamental para la caracterización del potencial de crecimiento asociado a un determinado rodal o área forestal. En esta función de transición se asume que la altura dominante del rodal permanece inalterada por los tratamientos selvícolas, dependiendo tan sólo de la edad correspondiente y del índice de sitio. Esta suposición es correcta si al realizar claras estas son por lo bajo o, al menos, si no afectan a los árbo-

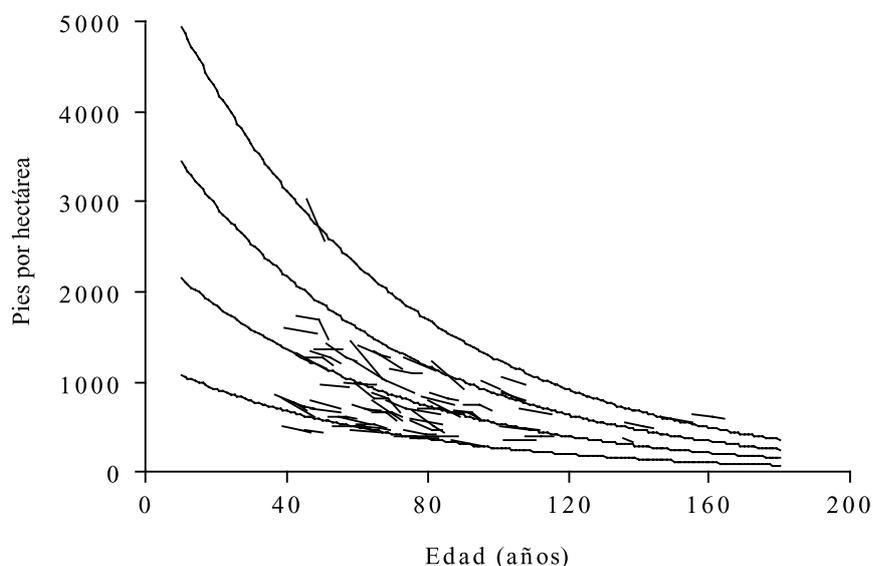


Figura 4. Pies por hectárea observados y curvas proyectadas para 500, 1.000, 1.600 y 2.300 pies-ha⁻¹ a los 60 años

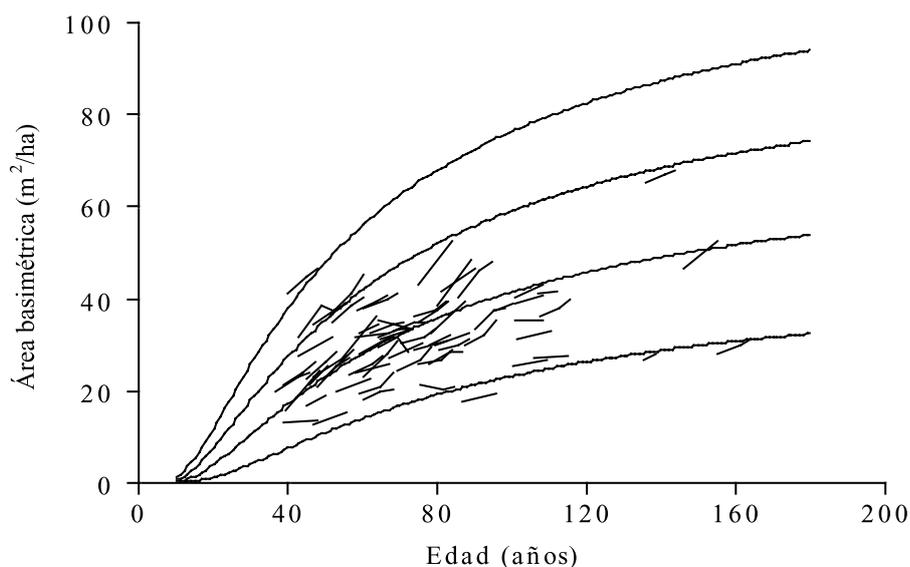


Figura 5. Curvas de incremento en área basimétrica para 4 rodales que a los 60 años tienen 1.000 pies-ha⁻¹ y $G = 14$, 28, 42 y 56 m²-ha⁻¹ e índices de sitio de 8, 13, 18 y 23 m, respectivamente; superpuestas a los datos observados

les dominantes. Esta función debe utilizarse con precaución en rodales jóvenes, ello es debido, a que para edades tempranas, el crecimiento en altura dominante es errático y puede dar lugar a una mala clasificación de la calidad de estación.

La función de transición del número de pies por hectárea estima la disminución del número de árboles en el rodal debido a la competencia intraespecífica por el agua, la luz, los nutrientes, etc. Aunque el modelo de mortalidad natural desarrollado predice una disminución del número de pies para todas las fases de desarrollo del

rodal, a efectos prácticos parece razonable asumir que entre operaciones de clara tal disminución no existe (p. ej., AMATEIS *et al.*, 1997). Sin embargo, esta suposición debe ser tomada con cautela, especialmente para largos períodos de tiempo entre claras.

La función de transición del área basimétrica no incluye ningún término específico que tenga en cuenta el efecto de las claras en el crecimiento posterior de dicha variable. Según se ha comprobado en otros estudios (BARRIO-ANTA *et al.*, 2006; CASTEDO-DORADO *et al.*, 2007), el

patrón de crecimiento del área basimétrica de un rodal tras una clara es muy similar al de otro que no haya sido clareado, por lo que no es necesario incluir explícitamente ningún término de clara en la función de transición del área basimétrica. En este sentido, debe tenerse en cuenta que el modelo se ha desarrollado a partir de datos provenientes de parcelas clareadas por lo bajo y de forma débil o moderada, por lo que es posible que para otros tipos de clara o elevados pesos de clara el patrón de crecimiento en área basimétrica sea distinto. Asimismo, sería recomendable la realización de mediciones repetidas del área basimétrica tras la clara en cortos intervalos de tiempo, para determinar el período en que se mantiene la respuesta del crecimiento de dicha variable debida al tratamiento selvícola.

Se recomienda que la edad inicial para la simulación oscile entre los valores mínimo y máximo de los datos utilizados en la elaboración de los modelos. No obstante, en el ejemplo propuesto el adecuado comportamiento de las funciones desarrolladas (apropiadas tendencias, asíntotas lógicas y adaptación a los datos observados) permite realizar una extrapolación de los resultados dentro de límites razonables.

La estructura relativamente simple de los modelos dinámicos de crecimiento de rodal los hace adecuados para ser integrados en sistemas de apoyo a las decisiones, que permiten a los gestores forestales generar estrategias óptimas de gestión y una ordenación razonable de los sistemas forestales en el espacio y en el tiempo (GADOW & PUKKALA, 2008). Sin embargo, debido al elevado número de cálculos necesarios, las funciones de transición desarrolladas en este trabajo junto con unas funciones de salida (que no se presentan en este estudio y que permiten, por ejemplo, conocer el volumen total o desagregado por destinos comerciales y la biomasa total o por fracciones) fueron implementados en el simulador de crecimiento y producción de rodales forestales GesMO® 2.1 para facilitar su uso por los gestores forestales.

BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.G.; RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R. Y ROJO-ALBORECA, A.; 2007.

Resolución de problemas del ajuste simultáneo de sistemas de ecuaciones: heterocedasticidad y variables dependientes con distinto número de observaciones. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 23: 35 42.

AMATEIS, R.; BURKHART, H.E. & LIU, J.; 1997. Modelling survival in juvenile and mature loblolly pine plantations. *Forest Ecol. Manage.* 90: 51 58.

BARRIO-ANTA, M. & DIÉGUEZ-ARANDA, U.; 2005. Site quality of pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands in Galicia (north-west Spain). *Eur. J. For. Res.* 124: 19 28.

BARRIO ANTA, M.; CASTEDO DORADO, F.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; PARRÉSOL B.R. & RODRÍGUEZ, R.; 2006. Development of a basal area growth system for maritime pine in northwestern Spain using the generalized algebraic difference approach. *Can. J. For. Res.* 36: 1461 1474.

CASTEDO-DORADO, F.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; BARRIO-ANTA, M. & ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; 2007. Modelling stand basal area growth for radiata pine plantations in Northwestern Spain using the GADA. *Ann. Sci. For.* 64: 609 619.

CIESZEWSKI, C.J.; HARRISON, M. & MARTIN, S.W.; 2000. *Practical methods for estimating non-biased parameters in self-referencing growth and yield models*. University of Georgia PMRC-TR 2000-7.

CRECENTE-CAMPO, F.; SOARES, P.; TOMÉ, M. & DIÉGUEZ-ARANDA, U.; 2010. Modelling annual individual-tree growth and mortality of Scots pine with data obtained at irregular measurement intervals and containing missing observations. *Forest Ecol. Manage.* 260: 1965 1974.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F. Y ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; 2005a. Funciones de crecimiento en área basimétrica para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en Galicia. *Inv. Agraria; Sist. Rec. For.* 14(2): 253 266.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G. & RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R.; 2005b. Modelling mortality of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in the northwest of Spain. *Eur. J. For. Res.* 124: 143–153.

- DIÉGUEZ-ARANDA, U.; GRANDAS-ARIAS, J.A.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G. & GADOW, K.V.; 2006. Site quality curves for birch stands in North-Western Spain. *Silva Fennica* 40(4): 631-644.
- GADOW, K.V.; 1996. Modelling growth in managed forests – realism and limits of lumping. *Science of Total Environment* 183: 167-177.
- GADOW, K.V. & PUKKALA, T.; 2008. *Designing Green Landscapes. Managing Forest Ecosystems* Vol. 15, Springer Verlag. Dordrecht.
- GADOW, K.V.; ROJO, A.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G. y RODRÍGUEZ, R.; 1999. Ensayos de crecimiento. Parcelas permanentes, temporales y de intervalo. *Inv. Agraria; Sist. Rec. For. Fuera de Serie* 1: 299-310.
- GARCÍA, O.; 1988. Growth modelling – a (re)view. *New Zealand J. For.* 33(3): 14-17.
- GARCÍA, O.; 1994. The state-space approach in growth modelling. *Can. J. For. Res.* 24: 1894-1903.
- SAS INSTITUTE INC.; 2008. *SAS/ETS® 9.2 User's Guide*. SAS Institute Inc., Cary, NC. 2861 pp.
- SAS INSTITUTE INC.; 2010. *Base SAS® 9.2 Procedures Guide: Statistical Procedures* (3rd ed.). SAS Institute Inc. Cary, NC.
- SCHWARZ, G.; 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics* 6(2): 461-464.
- VANCLAY, J.K.; 1994. *Modelling forest growth and yield. Applications to mixed tropical forests*. CAB International. Wallingford.
- WEST, P.W.; RATKOWSKY, D.A. & DAVIS, A.W.; 1984. Problems of hypothesis testing of regressions with multiple measurements from individual sampling units. *Forest Ecol. Manage.* 7: 207-224.