

I. ANÁLISIS Y ALGORITMO DENDROEPIDOMÉTRICO. TEORÍA DE ERRORES.

DIODORO SOTO

DOCTOR INGENIERO FORESTAL. ROMERO ROBLEDOS, 13, 4º. 28008 MADRID.

RESUMEN

Este trabajo analiza las funciones y algoritmos dendrométricos con sus errores y causas.

SUMMARY

This work analyzes the dendrometric functions and algorithm with its errors and causes.

INTRODUCCIÓN

He constatado que no se tiene un conocimiento analítico sobre los errores dendroepidométricos de los inventarios y proyectos de ordenación y que, generalmente, solo se considera el estándar de la media del muestreo. Mi propósito es dar a conocer todas las causas de estos errores y sus cuantías, y algunos medios para controlar y reducir los más importantes.

ANÁLISIS, ALGORITMO DENDROMÉTRICO Y TEORÍA DE ERRORES.

Vocablos metrológicos. Como introducción propedéutica presentaré el significado admitido actualmente por las asociaciones de control metrológico para sus principales vocablos. *Apreciación o resolución* es la menor magnitud discriminada por el ojo sobre un objeto o una escala instrumental, directamente o a través de un sistema refringente. *Error* es la diferencia entre el resultado de una medición y su valor verdadero, imposible de conocer porque haría falta una escala de magnitud cero. *Exactitud* es la coincidencia de la medición con el objeto. Ambos términos deberían sustituirse por indeterminación y precisión. *Indeterminación o incertidumbre* es la desviación media de una serie de medidas sobre la magnitud media. El valor de una magnitud física se da con dos valores: media \pm incertidumbre. *Precisión* es la cualidad de un instrumento para proporcionar series de medidas con discrepancias pequeñas entre sí. *Discrepancia* es la diferencia entre varias mediciones del mismo objeto. *Sensibilidad* es el cociente entre el incremento de la variable y el de la magnitud medida: $s = \Delta v / \Delta m$. Depende del tamaño físico de la escala y de los sistemas mecánicos, ópticos o electrónicos de lectura que pueden magnificar s .

Causas de error en los inventarios y proyectos dasocráticos. Las nueve causas de error, según se estudian en este trabajo y en el de ensayos instrumentales y se valoran allí, son: plano topográfico; tamaño de la muestra; árboles-frontera; fracturalidad de la corteza; subcircularidad del leño; asimilación del modelo geométrico; indeterminación instrumental, cálculo y dendrocronología.

Funciones dendrométricas. El diámetro D y la altura H de un árbol son función de una distancia l , de un ángulo horizontal o inclinado α y de un ángulo vertical φ . $D = f(l, \alpha)$; $H = f(l, \varphi)$, figura 1, y nos servimos de la estadimetría, de la dioptrometría, de la ultrasonimetría o de la laserimetría para la obtención de l .

Medición de distancias. Generalmente l tiene un valor bajo, entre 10 y 30 m. y solo alcanza los 50 m. en la medición de grandes árboles y su obtención optométrica por resolución del triángulo estadimétrico, *figura 2*, es: $l=m/\alpha$ y, si diferenciamos esta expresión: $dl=(-m/\alpha^2)d\alpha=(-l^2/m)d\alpha$ (1). Esta fórmula se aplica en Física para fenómenos evanescentes. Cuando α es positivo, dl es negativo y viceversa, e indica el sentido del desplazamiento dl ; con el avance aumenta α y, con el retroceso, disminuye. También nos advierte que la indeterminación en la distancia es proporcional al cuadrado de esta e inversamente proporcional a la dimensión de la mira m , pudiendo ser admitida en distancias cortas. La resolución ω del ojo humano, con luminosidad mínima de 350 lux. correspondiente a cielos cubiertos de nubes espesas bajo arbolado denso en las primeras o últimas horas de la mañana o de la tarde; la repercusión visual μ provocada por el temblor muscular de la mano que sostiene el dendrómetro, y la eficiencia ψ del sistema óptico, motivan que el observador pueda desplazarse, por incertidumbre, *figura 3*, un espacio dl dentro del cual verá aparentemente enrasada la mira m bajo dos ángulos estadimétricos diferentes, α y γ , cuya diferencia: $\alpha-\gamma$ equivale a la suma cuadrática: $\alpha-\gamma=(\omega^2+\mu^2+\psi^2)^{1/2}$ (2). Los diferentes valores $d(\alpha-\gamma)$; m y dl son: $d(\alpha-\gamma)=m\cdot dl/(l^2+dl+m^2)$ (3) $d(\alpha-\gamma)=(l^2+l\cdot dl)/dl$ (4); $dl=l^2/[(m/d(\alpha-\gamma))-1]$ (5).

Medición de alturas. El cálculo de alturas de árboles verticales representados en los tres casos de la *figura 4*, se desarrolla según la fórmula clásica: $AB=H=L(\pm \text{tang}\cdot\phi \pm \text{tang}\cdot\varphi)\cos|\varphi|$ (6) con la restricción para el signo agregativo $\pm \text{tang}\cdot\varphi$ de ser el contrario al de $\text{tang}\cdot\phi$. La inclinación del eje del árbol suele tenerse en cuenta a partir de $\delta > 5^\circ$ y, entonces, de acuerdo con la *figura 5*, encontramos los tres casos *a)*, *b)* y *c)* según que la horizontal que pasa por el eje del operador quede dentro del cuerpo del árbol, debajo del pie, o sobre la cima, respectivamente. El algoritmo aplicable, en función de L, L_1, ϕ y φ es: *caso a)*: $H=L\cdot\text{sen}(\phi+\varphi)/(\text{sen}90^\circ-\phi-\arcsen[(L_1\cdot\cos|\phi-\varphi|-L\cdot\cos|\phi-\varphi|)/(L^2+L_1^2-2L\cdot L_1\cdot\cos|\phi-\varphi|)^{1/2}])$ (7); *caso b)*: $H=L\cdot\text{sen}(\phi-\varphi)/(\text{sen}(90^\circ-\phi-\arcsen[(L_1\cdot\cos\varphi_1-L\cdot\cos\varphi)/(L^2+L_1^2-2L\cdot L_1\cdot\cos(\varphi_1-\varphi))^{1/2}]))$ (8); *caso c)*: $H=L\cdot\text{sen}(\phi-\varphi)/(\text{sen}(90^\circ+\phi-\arcsen[(L_1\cdot\cos\varphi_1-L\cdot\cos\varphi)/(L^2+L_1^2-2L\cdot L_1\cdot\cos(\phi-\varphi_1))^{1/2}]))$ (9). Las tres fórmulas anteriores sirven para medir las alturas desde cualquier distancia, pero si podemos medir δ directamente, nos basta la fórmula (6) dividida entre $\cos\cdot\delta$. Para la hipsometría sin medición de diámetros puede resultar justificada la construcción de un hipsómetro electrónico.

Medición de diámetros. Como la medida de diámetros a diferentes alturas se hace en trozas de pequeña longitud, son aplicables las fórmulas del tronco de cono a los sólidos de revolución con generatrices no paralelas al eje (paraboloide y neiloide) porque las diferencias volumétricas son despreciables. Para fustes cilíndricos, *figura 6*, existen dos casos: *a)* y *b)* según que el eje visual sea normal o inclinado en relación con el eje del tronco. *Caso a)*: $D=c/2f[2l\cdot c/2f+(4l^2\cdot c^2/4f^2+4l^2)^{1/2}]$ (10); *caso b)*: $D=(c/2f)/\cos\varphi[2L\cdot\cos\varphi(c/2f)/\cos\varphi+4L^2\cdot\cos^2\varphi(c^2/4f^2)/\cos^2\varphi+4L^2\cdot\cos^2\varphi]^{1/2}$ (11), que es la fórmula general, puesto que, para $\varphi = 0^\circ$ el coseno vale uno y se transforma en la (10). En trozas troncocónicas con visual normal a su eje, *figura 7*, la fórmula aplicable es la (10). En la misma figura, si la visual está inclinada un ángulo φ° : *caso c)*: $D=(c/2f)/\cos\varphi[2L\cdot\cos\varphi(c/2f)/\cos\varphi+(4L^2\cdot\cos^2\varphi(c^2/4f^2)/\cos^2\varphi+4L^2\cdot\cos^2\varphi]^{1/2}\cdot[1+(2\text{tang}\varphi/(1/\text{tang}\kappa-\text{tang}\varphi))]$ (12). Esta fórmula (12) es la general para fustes de generatrices tanto paralelas como oblicuas al eje de revolución porque, en el primer caso, $\text{tang}\kappa = 0$, $1/\text{tang}\kappa = \infty$ y así, el último sumando es igual a cero y se convierte en la (11). El valor de $e=h\cdot\text{tang}\kappa$, *figura 7*, no excede de 3 mm. en los casos más desfavorables y, despreciándolo, podemos

omitir la expresión del último paréntesis en la fórmula (12) y adoptar la (11) como fórmula diamétrica general.

Medición del área basal. Con la expresión (12) obtendremos D y con este, la sección normal o área basal $s=\pi D^2/4$ (13). Pero en los árboles situados en la circunferencia o frontera de la parcela circular se dan los tres casos de las *figuras 8 y 9, a)* : $(l+d \leq R)$, aceptación total de la sección del árbol ; *b)* : $(l \geq R)$, rechazo, y *c)* : $(l+d > R > l)$, aceptación parcial. Este último caso c) tiene dos variantes, según que la sección extrafronteriza sea mayor que la intrafronteriza, $l+r \geq R$, *figura 10*, y la contraria : $l+r \leq R$, *figura 11*, y después de aplicar los teoremas de Pitágoras y de Arquímedes-Herón y el correspondiente algoritmo trigonométrico, llegamos a las expresiones finales : Para la restricción $l+r \geq R$: $s_1=R^2/2((\pi\gamma/180^\circ)-\text{sen}\gamma)+r^2/2((\pi\Gamma/180^\circ)-\text{sen}\Gamma)$ (14). Para la restricción $l+r < R$: $s_2=\pi d^2/4-r^2/2((\pi\Gamma/180^\circ)-\text{sen}\Gamma)+R^2/2((\pi\gamma/180^\circ)-\text{sen}\gamma)$ (15) que, por simplificación empírica y con un error inferior al 1,06% para un tronco de un metro de diámetro, reducimos a : $l+r \geq R$: $s_1=(4/3)f^2(d/F-0,608)^{1/2}$ (16) ; $l+r < R$: $s_2=0,393d^2+1,333f^2(d/F-0,608)^{1/2}$ (17). Aunque aparentemente complicadas, estas fórmulas incluidas en el programa del microprocesador del futuro (DC), son de resolución y registro instantáneos por parte de este que cuenta con las restricciones después de haber introducido en su teclado el radio R elegido para la parcela.

Errores en la medición de alturas, diámetros y áreas basales. Tanto en el cálculo de diámetros como en el de alturas, los valores diferenciales angulares $d\alpha$ y $d\varphi$ suponen un error relativo : $d\alpha/\alpha = \varepsilon_d = (D'-D)/D$ (18) y $d\varphi/\varphi = \varepsilon_h = \text{tang } d\varphi/[\text{tang}(\varphi+\varepsilon_\varphi)-\text{tang } \varphi] = (H'-H)/H$ (19) de manera que, permaneciendo fijos $d\alpha$ y $d\varphi$ y variables α y φ , los cocientes o errores relativos ε_d y ε_h aumentan rápidamente cuanto más pequeños sean α y φ , o lo que es lo mismo, el diámetro y altura del árbol. Además de estos errores hay que considerar la repercusión del padecido en la distancia que se suma cuadráticamente a estos y que tienen por expresión : $\varepsilon'_d = \varepsilon_l \cdot 2(\text{tang}\alpha/2)$ (20) y $\varepsilon'_h = \varepsilon_l \text{tang}\varphi$ (21), respectivamente. En la determinación del área basal intervienen dos errores : el de medición del diámetro ε_d de los árboles comprendidos en la parcela de muestreo y el de la distancia radial ε_r de los situados parcialmente en la frontera. El error probable final es : $\varepsilon_b \Sigma \pi/4 [((D+\varepsilon_r)^2-D^2)^2 + ((D+\varepsilon_D)^2-D^2)^2]^{1/2}$ (22).

Error volumétrico. He elegido un modelo geométrico de revolución para ensayar los errores de cubicación representado por el paraboloide de Apolonio engendrado por la parábola : $x^2 = p \cdot y$, *figura 12*, cuyos volúmenes total, $V_t = S_m \cdot H/2$ y troncal parcial, $V_p = S_m \cdot H$, ajusto a tres dendrotipos : a) $d_0 \cdot H = 0,209 \times 16 \text{ m.}$, $v = 0,273 \text{ m}^3$; b) $d_0 \cdot H = 0,361 \times 21 \text{ m.}$; $v = 1,077 \text{ m}^3$ y c) $d_0 \cdot H = 0,513 \times 26 \text{ m.}$, $v = 2,687 \text{ m}^3$, divididos en tres trozas imaginarias : la primera de $h_1 = 2,6 \text{ m.}$ con sección en el diámetro normal ; la segunda con $h_2 = (H-h_1)/2$ y sección en la mitad de h_2 y la tercera con $h_3 = H-h_1-h_2$ y sección en la mitad de h_3 . Para el cálculo de los ángulos φ_n se adopta : $\text{arctang } \varphi_n = h_1/l$ (23) en la que l es la distancia del observador al eje del árbol, y $l_n = l/\cos\varphi_n$ (24). Los errores lineales instrumentales son : $\varepsilon_h = l + \varepsilon_l [\text{tang}(\varphi + \varepsilon_\varphi) - \text{tang}\varphi]$ (25). $\varepsilon_d = (l \pm \varepsilon_l) / \cos \varphi [2 \text{ tang } ((\alpha \pm \varepsilon_\alpha)/2) - 2 \text{ tang}\alpha/2]$ (26). $\varepsilon_h = l + \varepsilon_l [\text{tang}(\varphi + \varepsilon_\varphi) - \text{tang}\varphi]$ (27). El error volumétrico repercutido por ε_d equivale, *figura 12* a un tronco de paraboloide hueco (canuto) de espesor $\varepsilon_d/2$ en contacto con el tronco de diámetro D. Su sección es una corona circular de superficie : $s_c = \pi [D + (\varepsilon_d/2)] \varepsilon_d/2$ (28) y su volumen : $V_c = \pi [(D + (\varepsilon_d/2)) \varepsilon_d/2] \cdot h$, (29). El error hipsométrico da un incremento : $\Delta h = \varepsilon_h$ que aplico a la sección media y equivale a un disco de diámetro D y altura ε_h y su volumen $V_d = (\pi D^2/4) \varepsilon_h$ (30). El error volumétrico ε_v probable de cada troza imaginaria, compuesto por los

del canuto y del disco, es su suma cuadrática : $\varepsilon_v = (v_c^2 + v_d^2)^{1/2}$ (31) y los errores volumétricos totales son : $\varepsilon_{vt} = (\sum \varepsilon_v^2)^{1/2}$ (32). Entramos ahora en la consideración de la frecuencia estadística de las series de medición forestal y del error medio $\pm \varepsilon^-$ de una mensura realizada n veces, cuando previamente se han determinado los errores canónicos, probables : $0,67\sigma$ para $p=0,50$; aritmético : $0,80\sigma$ para $p=0,58$; cuadrático : 1σ para $p=0,68$; máximo bajo : $1,64\sigma$ para $p=0,90$; máximo medio : $1,96\sigma$ para $p=0,95$ y máximo alto : $2,7\sigma$ para $p=0,99$, figura 13. En una sola medición de diámetro con forcípula y de altura con hipsómetro, el error volumétrico total ε_{vt} es : $\varepsilon_{vt} = \pi[(D+\varepsilon_d)^2 - D^2]/4 \cdot f \cdot H + \pi(D^2/4) \cdot f(H-h)$ (33), donde : ε_d = error diámetro lineal ; f =coeficiente mórfico y $H-h$ error hipsométrico. El empleo usual de la forcípula milimétrica reduce ε_d prácticamente a cero y anula el primer sumando de la fórmula dejando como único error el debido al hipsómetro. Pero lo habitual en los inventarios es la medición múltiple con frecuencias elevadas de los diferentes diámetros, bien porque el mismo árbol se mide n veces (árboles medios) o porque existen n árboles del mismo diámetro y altura con medición única y con un resultado equivalente a n mediciones para un solo árbol, (muestreo aleatorio del universo bosque). En estos casos cabe aplicar la fórmula que relaciona el error de n observaciones ε_n con el canónico ε_c deducido por cálculo estadístico : $\varepsilon_n = \varepsilon_c / (n)^{1/2}$ (34) que permite reducir el error final a límites exigüos aunque no suele resultar económico superar $n=20$ o, cuando más, $n=30$. En el muestreo inventarial del bosque irregular con mezcla de edades, está asegurada, en la práctica, una frecuencia $n > 20$ pies para los diámetros menos corrientes. Cuando se dispone de los errores correspondientes a $n=1$ (medición única), es posible ajustarlos a $1/(n)^{1/2}$ multiplicándolos por esta fracción, porque existe relación directa entre los errores diamétricos e hipsométricos y el volumen, como se puede comprobar en la fórmula (29) en la que $\varepsilon_d/2$ resulta muy pequeño dentro del paréntesis comparado con D y, en el término siguiente es directamente proporcional a D ; en la (30) también observamos la proporción directa entre ε_h y V_d . Finalmente, en la fórmula (33) $\varepsilon_d \approx 0$ y $\varepsilon_h = H-h$ es también directamente proporcional a ε_{vt} .

Medición de diámetros y del área basal por radiación. Es una de las funciones especiales del futuro dendrómetro (DC), con avisador óptico luminoso en su ocular en función de distancias y alturas predeterminadas, cuyas ventajas aparecen en la figura 14 para la radiación y la vectación sobre una parcela circular de 30 m. de diámetro y 21 pies a medir (297/ha.) El recorrido vectorial para medir cada árbol con forcípula es de 134 m. que se evitan con el método radial y con un ahorro de tiempo de unos cinco minutos.

Red testifical dendrocronológica. La Epidimetría maneja modelos de cuatro dimensiones : geometría del espacio más tiempo y este último, medido por los anillos de crecimiento anual, suele introducir incertidumbres entre el 3% y el 10% en su conteo para especies de turno largo > 100 años en nuestras latitudes, por las anomalías fisiológicas de su crecimiento que los colapsan y ocluyen total o parcialmente en una misma sección o a diferentes alturas con eliminación de anillos y, en otros casos, con duplicación en años de doble brotación. En especies planifolias mediterráneas de crecimiento rápido puede alcanzarse el 20%. Sería deseable crear la partida de nacimiento de una muestra de árboles en nuestros bosques con testigos indestructibles a sus pies (hitos de hormigón) acreditativos de la fecha de germinación de la semilla que dio lugar a la planta y realizar conteos periódicos contrastados entre el número de anillos observables y la edad real, durante su vida y en la corta final. Constituiría una buena aportación para los dasócratas y los dendrocronólogos.

Bancos de datos dendroepidométricos. Sobre los bancos dendrométricos regionales y nacionales señalo la conveniencia de su revisión periódica (10 años), motivada por la variación epidométrica y morfotípica causada por los ciclos climáticos de recurrencias medias

y largas y por la evolución de la alternancia de los árboles sobre suelos diversificados en la calidad de los distintos estratos alcanzados por las raíces a diferentes edades.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

1.- El tratamiento científico de la dendrometría, del inventario y de la dasocracia exige conocer todas las causas de error e intentar reducir las más importantes con el fin de obtener resultados medios con errores estándar reducidos dentro de la calidad técnica deseada y de las disponibilidades económicas.

2.- El error de muestreo y el dendrocronológico son los dos más importantes entre los nueve que pueden cometerse en el cálculo de los inventarios y de la renta maderable en los proyectos de ordenación y en los planes de aprovechamiento. Su concurrencia tiene un peso aproximado del 95% en el error probable final.

3.- La instalación de una red-muestra de edades reales de árboles-testigo en nuestros bosques, podría eliminar, prácticamente, los destacados errores dendrocronológicos y epidométricos que se padecen ahora.

4.- Los bancos de datos epidométricos, de morfotipos y de clases de calidad deben ser estudiados y contrastados cada diez años para conocer su variación cíclica motivada por la alternancia de las condiciones selvícolas y edafoclimáticas.

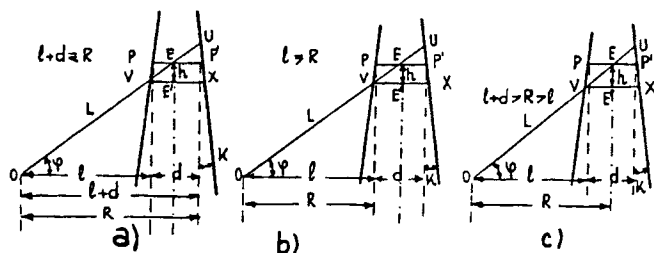
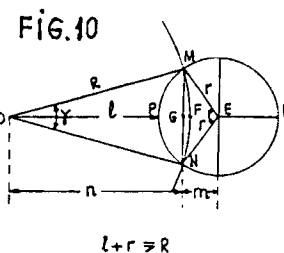
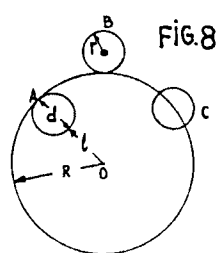
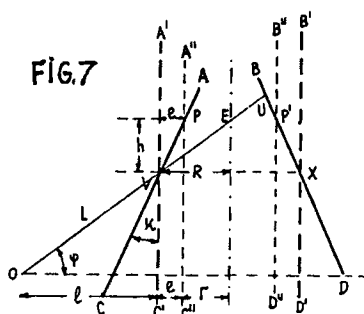
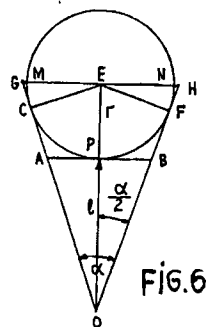
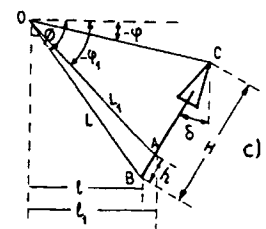
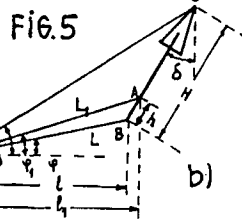
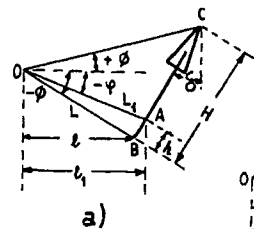
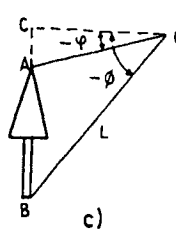
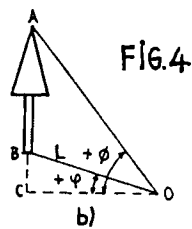
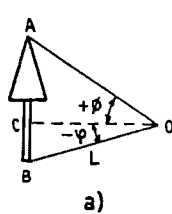
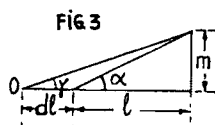
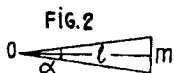
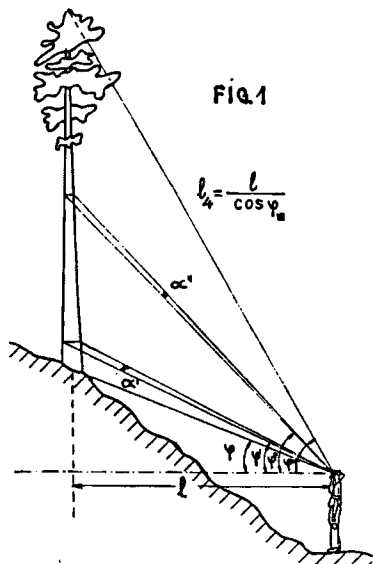


FIG. 9

