

CURVAS DE CALIDAD DE ESTACIÓN PARA *EUCALYPTUS GLOBULUS LABILL.* EN ASTURIAS Y EL NORTE DE GALICIA.

T. López (1), E. Tolosana (1), M.A. Cogolludo (2), I. González Doncel (1).

(1) Departamento de Economía y Gestión Forestal. E.T.S.I. Montes y E.U.I.T. Forestal Universidad Politécnica de Madrid. Ciudad Universitaria. 28040 Madrid. Correo electrónico: tlopez@montes.upm.es, eduardo.tolosana@upm.es

(2) Norte Forestal, S.A. Avda. Fernández Ladreda, 15. 36003 Pontevedra.

RESUMEN.

El eucalipto blanco (*Eucalyptus globulus Labill.*) es una de las especies más productivas entre las que se plantan en los montes españoles, que ocupa unas 70.000 ha en el Principado de Asturias y 8.000 en Lugo (III IFN). A pesar de la importancia de la especie, no se dispone de información reciente acerca del crecimiento en la zona de estudio, siendo los únicos modelos disponibles los de Pita (1966). La elaboración de un modelo de crecimiento para estas masas pasa por la construcción de curvas de calidad. Para ello se han utilizado ecuaciones en diferencias derivadas de la ecuación de Richards (1959) con un parámetro expandido, siguiendo una metodología similar a la propuesta por Goelz y Burk (1992). Las ecuaciones así obtenidas permiten dotar de una mayor flexibilidad a las curvas, lo que es especialmente ventajoso en las calidades extremas. Se presenta un procedimiento para el ajuste y la comparación de ecuaciones que garantiza un buen comportamiento del modelo en su aplicación.

INTRODUCCIÓN.

El eucalipto blanco (*Eucalyptus globulus Labill.*), introducido en España en 1865, está ampliamente extendido por las cotas más bajas del norte y oeste de la península ibérica. En España las plantaciones con esta especie ocupan una superficie de 450.000 has, menos del 1% de la superficie española, con una producción del 22% de la madera nacional.

Es una de las especies más rentables entre las que se plantan hoy en día en los montes españoles, debido a su gran rendimiento, al hecho de que no requiere cuidados culturales importantes y a que para su corta se manejan turnos cortos.

En la actualidad la mayor parte de la producción va dirigida a la industria celulósica y, en menor medida, a la fabricación de parquet y tableros de fibras y otros usos como bateas, chapas o sierra para tableros laminados.

El futuro de su demanda en toda Europa está asegurado debido a que los únicos países que pueden cultivarlo son España y Portugal. Las condiciones climatológicas en los demás países de la Unión Europea impiden el crecimiento con tasas rentables de los eucaliptos e incluso su supervivencia.

A pesar de la importancia de la especie, no se dispone de información reciente acerca del crecimiento en la zona de estudio, siendo los únicos modelos disponibles los de Pita (1966), elaborados para unas condiciones de las masas muy distintas a las actuales, básicamente en lo que se refiere a densidades de plantación. Existen modelos recientes desarrollados para zonas próximas, como Galicia, aunque para masas procedentes de rebrote, (García, 2003) o Portugal (Amaro, 1998).

La elaboración de un modelo de crecimiento para estas masas pasa por la construcción de curvas de calidad. Para ello se han utilizado ecuaciones en diferencias derivadas de la ecuación de Richards, con un parámetro expandido, siguiendo una metodología similar a la propuesta por Goelz y Burk (1992). Las ecuaciones así obtenidas permiten dotar de una mayor flexibilidad a las curvas, lo que es especialmente ventajoso en las calidades extremas.

MATERIAL Y MÉTODOS.

Datos empleados.

Para el ajuste de curvas de calidad se han utilizado datos procedentes de 92 parcelas permanentes cuadradas, de 25 m de lado. Fueron instaladas en la zona de referencia en el año 1997 y han sido medidas cada dos años hasta el 2003. Por distintas causas han desaparecido algunas parcelas, con lo

que se dispone de 349 mediciones.

La estimación de la altura dominante se ha realizado según el criterio de Assman: se consideran como dominantes los seis pies más gruesos de la parcela y se calcula la altura dominante como la media aritmética de sus alturas totales.

Un resumen de los datos disponibles y su representación se presentan en la tabla y la figura 1.

Ecuaciones ensayadas.

En una fase previa de la elaboración del modelo se han ensayado ecuaciones en diferencias derivadas de las ecuaciones de Richards (1959) y Schumacher (1939), según el procedimiento expuesto por Cieszewski y Bailey (2000) así como la ecuación de McDill Amateis (1992), construida como una ecuación en diferencias. Esta fase ha permitido escoger la ecuación más apropiada para la modelización del crecimiento en altura de masas de eucalipto.

Como resultado de esta fase, se ha escogido la ecuación de Richards de tres parámetros. Esta ecuación es muy utilizada en la bibliografía y ha sido aplicada con éxito a la modelización del crecimiento de *Eucalyptus globulus* (Amaro, 1998, García, 2003), y a otras especies (Montero *et al*, 2001, Palahí *et al*, 2004).

El sistema de diferencias algebraicas (Cieszewski y Bailey, 2000) permite generar tres ecuaciones a partir de la función anterior, una por cada parámetro. A partir de cada una de las tres ecuaciones es posible obtener dos nuevas ecuaciones mediante expansión de uno de los parámetros restantes (Goelz y Burk, 1992). Las ecuaciones ensayadas (Tabla 2) se han obtenido mediante estos dos procedimientos aplicados sucesivamente.

Estimación de parámetros.

La estimación de los parámetros correspondientes a cada ecuación se hace a partir de una base de datos “ampliada” en la que se combinan valores de altura dominante – edad inicial junto a altura dominante – edad final.

Existen dos formas para generar dicha base de datos: utilizar todas las posibles combinaciones o utilizar sólo parejas que no se solapen. El uso de todas las combinaciones posibles produce un modelo más robusto, con un mejor comportamiento en su aplicación aunque algunos supuestos estadísticos en que se basan no se cumplen de una manera estricta. El uso de parejas que no se solapan es más apropiado desde el punto de vista estadístico, aunque “desperdicia” mucha información, por lo que se ha optado por utilizar todas las combinaciones posibles.

Para la estimación de los parámetros se ha utilizado el programa SPSS con el algoritmo de Levenberg- Marquadt. La función de pérdida es definida por la suma de los residuos al cuadrado.

Se ha optado por un procedimiento de ajuste en dos fases: en la primera se ha dividido la muestra en dos, una utilizada para el ajuste (67 parcelas) y otra para la validación, con 25 parcelas. Tras la comparación de los resultados obtenidos al aplicar cada ecuación a ambas submuestras se han descartado algunas y se han vuelto a ajustar las restantes utilizando todos los datos disponibles. Los criterios de selección se exponen a continuación.

Criterios de selección del modelo de curvas de calidad.

El modelo calidad se ha seleccionado teniendo en cuenta tres criterios fundamentales relacionados con su comportamiento:

- Calidad de ajuste. Este criterio ha sido utilizado en ambas fases de selección. Para valorar la calidad de ajuste se han empleado los estadísticos presentados en la tabla 3.
- Propiedades de las curvas de calidad de estación. Un análisis de estas propiedades se puede encontrar en Goelz y Burk (1992). La invarianza de las curvas generadas por el modelo no se verifica en curvas con un parámetro expandido, por lo que será preferido el modelo que presente menores diferencias. El criterio utilizado para valorar la invarianza de las curvas ha

sido la diferencia, en valor absoluto y %, entre alturas obtenidas utilizando como punto de partida distintas edades de la masa.

- Comportamiento global del modelo, para lo cual se han representado los residuos obtenidos frente a las variables explicativas y variables de interés en la aplicación del modelo y se ha analizado la representación de las curvas obtenidas sobre la nube de puntos utilizada en el ajuste.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Comportamiento de las ecuaciones ensayadas.

Los resultados obtenidos al ajustar curvas de calidad de estación para el Eucalipto utilizando cada una de las ecuaciones propuestas se presentan en las tablas 4 y 5 para las muestras de ajuste y de validación respectivamente.

Las ecuaciones que mejor se comportan son las que presentan el coeficiente A recuperado, con b o c variable (Richards c (A) y Richards b (A)), y la ecuación en diferencias con A variable (Richards A). Para las ecuaciones no presentadas en la tabla no se ha obtenido la convergencia en la estimación de los parámetros.

Las principales diferencias entre las tres ecuaciones anteriores se presentan fundamentalmente en las calidades extremas de la masa, por lo que para escoger entre ellas se han aplicado los estadísticos a las series de datos representativas de las calidades extremas (Tabla 6). Este criterio ha permitido desechar la ecuación con el coeficiente A variable.

El criterio de invarianza de las curvas respecto de la edad tomada como referencia permite decidir entre los dos modelos. Se han utilizado cinco curvas representativas del rango de datos definidas a partir de la altura a los 10 años. Se han comparado estas curvas con las obtenidas tomando como punto de partida las alturas estimadas a las edades de 5 y 15 años. La media de las diferencias obtenidas para cada curva se presenta en la tabla 7.

Desde el punto de vista de la invarianza resultan más adecuadas las curvas obtenidas mediante la ecuación con c libre y la asíntota expandida. Esta ecuación da mejor resultado en todas las curvas ensayadas, excepto en la de mejor calidad, para la que el número de datos disponibles es menor. Excepto en este caso, las diferencias obtenidas al tomar edades de partida muy diferentes como son las de 5 y 15 años se mantienen en valores inferiores al 3%.

El modelo finalmente seleccionado (Richards c (A)) se presenta a continuación. Los valores estimados para los parámetros se presentan en la tabla 8.

$$H_2 = \left(a_1 \left(\frac{H_1}{E_1} \right)^{a_2} E_1^{a_3} \right) \cdot (1 - \exp(-b \cdot E_2)) \frac{\text{Log}(H_1) - \text{Log} \left(a_1 \left(\frac{H_1}{E_1} \right)^{a_2} E_1^{a_3} \right)}{\text{Log}(1 - \exp(-b \cdot E_1))}, \text{ donde}$$

H_1, E_1 es un par de datos altura dominante, edad conocidos.

H_2 es la altura dominante estimada para la edad E_2

a_1, a_2, a_3 y b son los parámetros de la ecuación.

Se presentan los gráficos de residuos frente a la altura estimada (Figura 2), las variables explicativas (Figuras 3 y 4), y el número de años de proyección (Figura 5) para la ecuación seleccionada:

El comportamiento de los residuos parece adecuado, no observándose ninguna pauta que indique la necesidad de modificar el modelo de curvas de calidad propuesto. Tiene especial interés analizar el comportamiento del error al incrementar el intervalo de proyección considerado y en las proyecciones a partir de edades tempranas. Las curvas de calidad superpuestas sobre los datos observados se presentan en la figura 6.

CONCLUSIONES.

Una ecuación en diferencias con un parámetro estimado a partir de las condiciones iniciales resulta adecuada para describir el crecimiento en altura de las masas de eucalipto de la zona en estudio. Su mejor comportamiento frente a una ecuación en diferencias sencilla radica fundamentalmente en la mayor precisión obtenida en las calidades de estación extremas.

La metodología presentada permite la selección de curvas en casos en que prima la aplicación del modelo y se asumen errores en las hipótesis estadísticas durante su construcción. Los criterios utilizados en el proceso de selección verifican los principales aspectos que condicionan un buen comportamiento del modelo.

BIBLIOGRAFÍA.

AMARO, A., REED, D., TOMÉ, M., THEMIDO, I., 1998. *Modelling Dominant Height growth: Eucalypt plantations in Portugal*. Forest Science 44 1: 37-46.

CIESZEWSKI, C., J., BAILEY, R., L., 2000. *Generalized algebraic difference approach: Theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes*. Forest Science 46(1): 116-126.

GARCÍA, O., RUIZ, F. 2003. *A growth model for eucalypt in Galicia, Spain*. Forest Ecology and Management 173: 49-62.

GOELZ, J. C. G., BURK T.E., 1992. *Development of a well behaved site equations: jack pine in north central Ontario*. Canadian Journal of Forest Research 22: 776- 784.

MCDILL, M.E., AMATEIS, R.L., 1992. *Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function*. Forest Science 38, 409-429.

MONTERO, G., CAÑELLAS, I., RUIZ- PEINADO, R., 2001. *Growth and Yield Models for Pinus halepensis Mill*. Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales, 10 (1): 179-201.

PALAHÍ, M., TOMÉ, M., PUKKALA, T., TRASOBARES, A., MONTERO, G., 2004. *Site index model for Pinus sylvestris in north-east Spain*. Forest Ecology and Management, 187: 35-47.

PITA CARPENTER, P.A. 1966. *La Producción de las Masas de Eucalyptus globulus en el Norte de España*. Anales del Instituto Forestal de Investigaciones y Experiencias: 45-60. Madrid.

RICHARDS, F.J., 1959. *A flexible growth function for empirical use*. J. Exp. Bot. 10 (29), 290-300.

SCHUMACHER, F.X., 1939. *A new growth curve and its application to timber yield studies*. J. For. 37, 819-820.

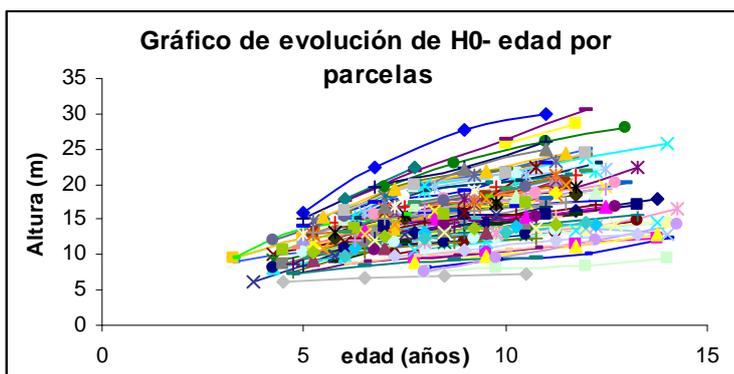


Figura 1. Series altura dominante- edad.

--	--

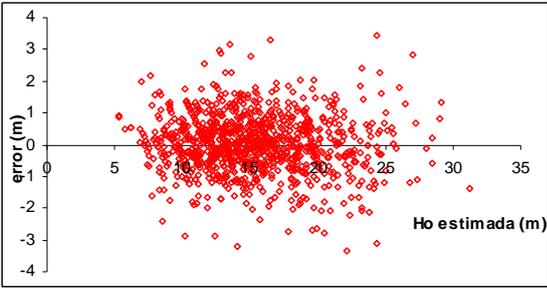


Figura 2. Valores de los residuos frente a la altura dominante estimada.

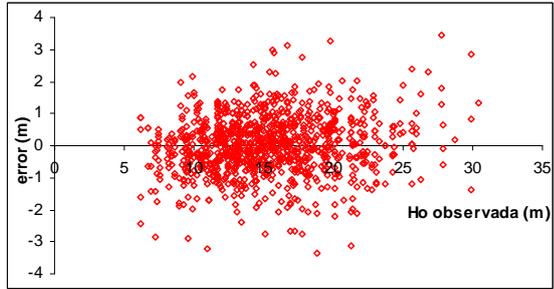


Figura 3. Valores de los residuos frente a la altura dominante observada.

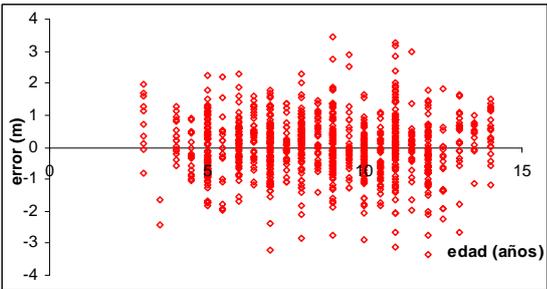


Figura 4. Valores de los residuos frente a la edad.

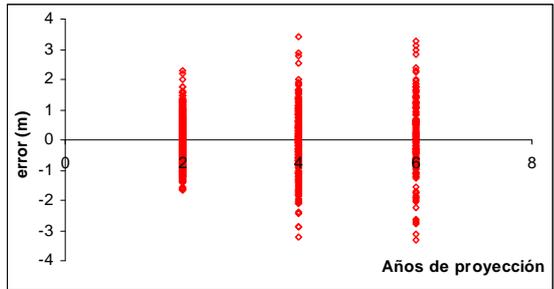


Figura 5. Valores de los residuos frente al número de años de proyección.

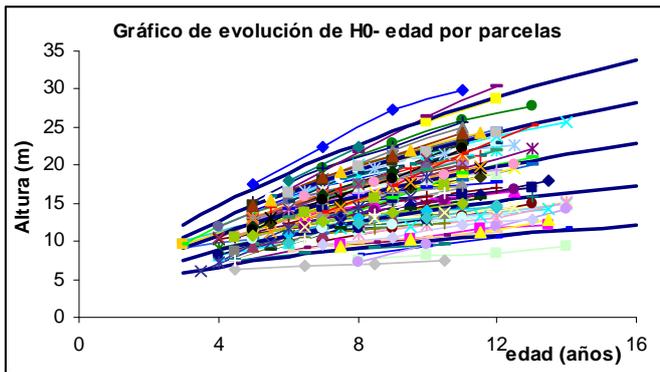


Figura 6. Modelo de curvas de calidad propuesto.

Tabla 1. Datos obtenidos en los inventarios.

Año de medición	Número de parcelas	Edad (años)	H ₀ (m)
1997	92	5,74 (3 – 10)	12,38 (6,15 – 25,75)
1999	91	7,75 (5 – 12)	14,97 (6,75 – 28,7)
2001	85	9,66 (7 – 12)	16,48 (6,92 – 27,2)
2003	81	11,71 (9 – 14)	18,33 (7,38 – 30,43)

Tabla 2. Ecuaciones candidatas para elaborar curvas de índice de sitio.

Denominación	Ecuación de partida	Parámetro expandido	Ecuación derivada
Richards A (c)	$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-bt_2}}{1 - e^{-bt_1}} \right)^{\frac{1}{c}}$	c	$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-bt_2}}{1 - e^{-bt_1}} \right)^{\frac{1}{c(H_1, t_1)}}$
Richards A (b)	$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-bt_2}}{1 - e^{-bt_1}} \right)^{\frac{1}{c}}$	b	$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-b(H_1, t_1) \cdot t_2}}{1 - e^{-b(H_1, t_1) \cdot t_1}} \right)^{\frac{1}{c}}$

$$\text{Richards b (A)} \quad H_2 = A \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{H_1}{A} \right)^c \right]^{\frac{t_2}{t_1}} \right\}^{\frac{1}{c}} \quad A \quad H_2 = A(H_1, t_1) \cdot \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{H_1}{A(H_1, t_1)} \right)^c \right]^{\frac{t_2}{t_1}} \right\}^{\frac{1}{c}}$$

$$\text{Richards c (A)} \quad H_2 = A \left(1 - e^{-bt_2} \right)^{\frac{\ln(H_1) - \ln(A)}{\ln(1 - e^{-bt_1})}} \quad A \quad H_2 = A(H_1, t_1) \cdot \left(1 - e^{-bt_2} \right)^{\frac{\ln(H_1) - \ln(A(H_1, t_1))}{\ln(1 - e^{-bt_1})}}$$

Tabla 3. Estadísticos de calidad de ajuste empleados en la selección de ecuaciones

Sesgo	$\sum_{i=1}^n \frac{(est_{ij} - obs_i)}{n}$
Error absoluto medio	$\sum_{i=1}^n \frac{ est_{ij} - obs_i }{n}$
Raíz cuadrada del error cuadrático medio	$\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(est_{ij} - obs_i)^2}{n}}$
Cociente de varianzas	$\frac{\sum_{i=1}^n (est_{ij} - \overline{est})^2}{\sum_{i=1}^n (obs_i - \overline{obs})^2}$

Tabla 4. Calidad de ajuste. Submuestra de ajuste.

	Sesgo	Error absoluto medio	Raíz cuadrada del error	Razón varianzas
Richards A	0,0061	0,7352	1,0213	98,67
Richards b	0,0113	0,7811	1,0866	98,15
Richards c	0,0297	1,0680	1,4590	99,87
Richards A (c)	-0,0055	0,7406	1,0161	99,26
Richards A (b)	0,0611	1,0379	1,4143	86,72
Richards b (A)	-0,0501	0,7177	1,0114	99,67
Richards c (A)	-0,0140	0,7004	0,9872	98,28

Tabla 5. Calidad de ajuste. Submuestra de validación.

	Sesgo	Error absoluto medio	Raíz cuadrada del error	Razón varianzas
Richards A	0,0402	0,8875	1,1473	108,85
Richards b	0,0401	0,8994	1,1665	108,86
Richards c	0,0265	1,0822	1,3959	113,99
Richards A (c)	0,0422	0,8986	1,1607	109,61
Richards A (b)	0,0827	0,8912	1,2539	90,66
Richards b (A)	-0,0151	0,8968	1,1605	109,30
Richards c (A)	0,0370	0,8833	1,1479	106,95

Tabla 6. Comparación de ecuaciones preseleccionadas en calidades extremas.

Ecuación	Sesgo	Error absoluto medio	Raíz cuadrada del error	Cociente de varianzas
Richards A	-0,04	0,95	1,35	0,95
Richards b (A)	-0,10	0,83	1,27	0,96
Richards c (A)	-0,06	0,80	1,22	0,94

Tabla 7. Aplicación del criterio de invarianza: valor medio de las diferencias de Ho, en %

H ₀ (m) 10 años	Richards b (A)	Richards c (A)
26	2,47	3,80
22	2,86	2,85
18	3,41	1,86
14	4,15	1,57

10	4,94	2,98
----	------	------

Tabla 8. Parámetros de la ecuación de índice de sitio.

Parámetro	Estimación
a_1	4,0400
a_2	1,2137
a_3	0,6191
b	0,0462