

COMPARACIÓN DE DOS ALTERNATIVAS DE CUBICACIÓN EN MASAS REGULARES: TARIFAS DE CUBICACIÓN DE MASA vs VOLUMEN DESAGREGADO POR CLASES DIAMÉTRICAS

F. Castedo Dorado^{1*}, U. Diéguez-Aranda², R. Rodríguez Soalleiro³, F. Crecente Campo²

¹Departamento de Ingeniería Agraria, Universidad de León. Escuela Superior y Técnica de Ingeniería Agraria, Avda. de Astorga s/n. 24400 PONFERRADA.

²Departamento de Ingeniería Agroforestal, Universidad de Santiago de Compostela. Escuela Politécnica Superior, Campus universitario, 27002 LUGO.

³Departamento de Producción Vegetal, Universidad de Santiago de Compostela. Escuela Politécnica Superior, Campus universitario, 27002 LUGO.

***Dirección de contacto:** Tfno.: + 34 987 442078, fax: + 34 987 442070, e-mail: diafcd@unileon.es

Resumen

En este trabajo se comparan dos alternativas para la estimación del volumen total en masas regulares y monoespecíficas: (i) utilizar una tarifa de cubicación de masa que proporcione directamente el volumen total de la misma a partir de otras variables de masa, y (ii) sumar el volumen correspondiente a cada una de las clases diamétricas existentes en la masa, utilizando para la estimación del volumen de cada una de ellas una función de perfil de tronco o una tarifa de cubicación de árbol individual de dos entradas. En este caso, la información de las variables de masa altura dominante, área basimétrica y número de pies en un instante cualquiera se utiliza para generar matemáticamente la distribución diamétrica, la altura de cada clase dimensional y su volumen unitario. El volumen total de la masa se estima por agregación de los volúmenes obtenidos en el paso anterior.

La ventaja de la primera alternativa es que permite realizar una estimación rápida y sencilla del volumen total de la masa a partir de variables frecuentemente medidas en los inventarios forestales tradicionales. La ventaja de la segunda es que permite estimar el volumen de masa clasificado por destinos comerciales si se emplea una función de perfil o una tarifa de volumen porcentual.

Para comparar la precisión de ambas alternativas se utilizaron datos procedentes de parcelas de *Pinus sylvestris* L. y *Pinus radiata* D. Don y instaladas en masas puras y regulares de estas especies en Galicia e inventariadas en dos ocasiones.

PALABRAS CLAVE: volumen de masa, función de distribución diamétrica, tarifa de cubicación, función de perfil, desagregación

INTRODUCCIÓN

La determinación del volumen de los árboles y de las masas es una parte fundamental de la gestión forestal. La dificultad de determinar directamente el volumen del tronco mediante la cubicación de sus secciones hace conveniente contar con expresiones matemáticas que, basadas en una muestra objetivamente seleccionada y cuidadosamente medida, permitan estimar el volumen total del árbol y por agregación el de la masa forestal basándose en pocas variables fáciles de medir.

Para conocer el volumen de una masa regular monoespecífica se puede proceder básicamente de dos maneras: (i) utilizar una tarifa de cubicación de masa, que relaciona el volumen de ésta con variables de la misma sencillas de obtener, o (ii) estimar el volumen de masa como suma de los volúmenes de los árboles individuales que la constituyen, calculados a su vez mediante tarifas de cubicación de árbol individual en función del diámetro normal y la altura total del árbol.

Las tarifas de cubicación de masa emplean generalmente como variables independientes alguna altura de masa y el área basimétrica o el diámetro medio cuadrático. Esta alternativa de cubicación proporciona una estimación inmediata del volumen de masa y requiere el empleo de variables cuya obtención resulta menos costosa que las que utilizan las tarifas de cubicación de árbol individual. Sin embargo, presenta el inconveniente de que no permite una clasificación de productos maderables según destinos comerciales.

La estimación del volumen de masa mediante tarifas de cubicación de árbol individual requiere la desagregación previa de la masa por clases dimensionales. Así, una vez generada matemáticamente

la distribución diamétrica y estimada la altura de cada clase dimensional y su volumen unitario, el volumen de masa se obtiene por agregación de los volúmenes obtenidos en el paso anterior. La utilización de una función de perfil de tronco o de una tarifa de volumen porcentual permite clasificar la producción según destinos industriales, para un cierto tamaño especificado (generalmente definido por el diámetro mínimo y la longitud de las trozas o fustes).

Teniendo en cuenta que resultaría muy recomendable que no existiesen divergencias entre ambas metodologías de cubicación, el objetivo de este trabajo es comparar las estimaciones del volumen de masa producidas por una tarifa de cubicación de masa con las obtenidas por el uso combinado de una función de distribución diamétrica, una función altura–diámetro generalizada y una tarifa de cubicación de árbol individual.

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos

Los datos utilizados en el presente trabajo provienen de un dispositivo de parcelas que la Unidad de Gestión Forestal Sostenible de la Universidad de Santiago de Compostela estableció en el invierno de 1995, 1996 y 1997 para elaborar modelos forestales de crecimiento. Dicha red de parcelas está distribuida por las plantaciones puras de pino silvestre (*Pinus sylvestris* L.) y pino radiata (*Pinus radiata* D. Don) de Galicia, y trata de cubrir las diferentes edades, densidades y calidades de estación existentes. El tamaño de parcela osciló entre 625 m² y 1200 m², dependiendo de la densidad de la masa, para obtener un mínimo de 60 árboles en cada parcela.

La toma de datos consistió básicamente en la medición del diámetro normal (d , en centímetros) de todos los árboles incluidos en la parcela, la altura total (h , en metros) de 30 árboles elegidos aleatoriamente en cada una de ellas, y de la proporción, en función de la superficie de la misma, de los 100 pies más gruesos por hectárea con aspecto de dominantes. En los casos en que no fue posible conocer la fecha de plantación, la edad (t , en años) de la masa en la que se localizó la parcela se determinó mediante el conteo de anillos en tres muestras extraídas con barrena de Pressler. Entre 1995 y 1997 se instalaron 155 parcelas de pino silvestre y 177 de pino radiata, una parte de las cuales (68 y 150, respectivamente) se remidieron entre 1999 y 2003. Estas parcelas constituyeron la base para la elaboración de modelos dinámicos de crecimiento para dichas especies en Galicia (CASTEDO, 2004; DIÉGUEZ-ARANDA *et al.*, 2005).

Para cada inventario y parcela seleccionada se calcularon las siguientes variables de masa: número de pies por hectárea (N), área basimétrica (G , en m²/ha), diámetro medio cuadrático (d_g , en centímetros), diámetro medio aritmético (d_m , en centímetros), diámetro dominante (D_0 , en centímetros) y altura dominante (H_0 , en metros) –definidos como el valor medio del diámetro y de la altura de los 100 pies más gruesos por hectárea, respectivamente–, y altura media (h_m , en metros) –definida como la media aritmética de las alturas de los 30 árboles elegidos aleatoriamente en cada parcela.

Para determinar las existencias en volumen de las parcelas se utilizaron las tarifas de cubicación de árbol individual de dos entradas (diámetro normal y altura total) ajustadas por DIÉGUEZ-ARANDA *et al.* (2005) y CASTEDO (2004) para pino silvestre y pino radiata en Galicia, respectivamente:

$$v = 0,00007047d^{1,846}h^{0,932} \quad [1]$$

$$v = 0,000048d^{2,0062}h^{0,86691} \quad [2]$$

donde v es el volumen del árbol (m³), d su diámetro normal (cm) y h su altura total (m).

Estas tarifas se aplicaron a la muestra aleatoria de 30 árboles por parcela en los que se midió el diámetro normal y la altura total. A partir de los volúmenes de estos árboles así estimados y de sus correspondientes diámetros normales, se ajustó una tarifa de cubicación de una entrada por parcela, que permitió obtener el volumen de todos los pies de la misma y por agregación el del total de la parcela, que posteriormente se refirió a la superficie de una hectárea (V , en m³/ha).

En la Tabla 1 se muestra un resumen de las principales variables de masa de las parcelas de pino silvestre y pino radiata utilizadas en este trabajo.

Alternativa 1: tarifa de cubicación de masa

Teóricamente, los modelos de estimación del volumen de masa en rodales regulares y monoespecíficos deberían relacionar dicha variable con la edad, la calidad de estación y la densidad (entendida en número de pies, área basimétrica, diámetro medio cuadrático, etc.) del rodal (CLUTTER *et al.*, 1983). Sin embargo, los modelos más habituales consideran una altura de masa (altura dominante o altura media) y el área basimétrica o el diámetro medio cuadrático como variables explicativas, y son el alométrico (ecuación [1]) y el de variable combinada (ecuación [2]):

$$V = b_0 G^{b_1} H_0^{b_2} \quad [3]$$

$$V = b_0 + b_1 GH_0 \quad [4]$$

La inclusión en el modelo de la altura dominante en vez de la altura media suele presentar mejores ajustes, probablemente debido a que la primera sigue una evolución independiente de los tratamientos selvícolas de reducción de la densidad. Con el fin de mejorar las estimaciones de los modelos con dos variables se puede incluir la edad como tercera variable independiente (GADOW *et al.*, 2001). Un ejemplo de ello es el modelo desarrollado por JANSEN *et al.* (1996):

$$V = (GH_0)^{(b_0+b_1t)} e^{(b_2+b_3t)} \quad [5]$$

En este trabajo se analizaron, además de las funciones expuestas, una expresión simplificada del modelo alométrico [4]:

$$V = b_0 (GH_0)^{b_1} \quad [6]$$

Alternativa 2: desagregación y cubicación del árbol individual

La distribución diamétrica de la masa para clases de 1 cm de amplitud se determinó mediante la función Weibull, ampliamente utilizada en modelos de crecimiento de masa debido a su flexibilidad y sencillez (BAILEY y DELL, 1973; MALTAMO *et al.*, 1995; KANGAS y MALTAMO, 2000). Su función de distribución es:

$$F(x) = \int_0^x \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c} dx = 1 - e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c} \quad [7]$$

donde x es la variable aleatoria (en este caso el diámetro normal del árbol); a es un parámetro de situación; b es un parámetro de escala relacionado con el recorrido o rango de la distribución; c es un parámetro de forma; y e es la base del logaritmo neperiano. En este trabajo a se fijó a un valor igual cero, reduciendo a dos los parámetros a estimar.

Para obtener el valor de los parámetros de esta función se empleó la metodología de recuperación de parámetros mediante el método de los momentos (NEWBY, 1980; BURK & NEWBERRY, 1984), que asegura directamente que la suma de las áreas basimétricas desagregadas obtenidas mediante la función Weibull sea igual al área basimétrica de la masa (HYINK, 1980; KNOEBEL *et al.*, 1986). A continuación se exponen las fórmulas que permiten recuperar los parámetros b y c de la función Weibull una vez fijado a cero el parámetro a .

$$\text{var} = \frac{\bar{d}^2}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right)} \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right) \right) \quad [8] \quad b = \frac{\bar{d}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)} \quad [9]$$

donde Γ es la función Gamma.

Conocidas la media y la varianza de la distribución diamétrica y teniendo en cuenta que la ecuación [8] sólo depende de c , este parámetro puede determinarse por procedimientos iterativos. Una vez obtenido el valor de c se puede calcular el de b a partir de la ecuación [9].

Una vez conocida la distribución diamétrica para cada parcela e inventario se estimó la altura correspondiente al pie medio de cada una de ellas mediante una relación altura-diámetro generalizada. Dicha relación predice la altura de cada árbol en función de su diámetro normal y una o más variables de masa (altura media o dominante, diámetro medio cuadrático, diámetro dominante, número de pies, área basimétrica, edad, etc.), que tienen en cuenta ciertas características básicas inherentes a todas las regresiones de altura locales que representan a cada parcela o rodal individual (GADOW *et al.*, 2001).

La siguiente modificación del modelo de GAFFREY (1988) resultó la más adecuada para estimar las alturas de árboles individuales en las plantaciones de pino silvestre:

$$h = 1,3 + (H_0 - 1,3)e^{7,197\left(\frac{1}{D_0} - \frac{1}{d}\right)} \quad [10]$$

Para el caso de las masas de pino radiata el siguiente modelo propuesto por TOMÉ (1988) mostró la mejor bondad de ajuste:

$$h = H_0 e^{(-1,4897 - 0,0291H_0 - 0,1826d_g - 0,1198t)\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D_0}\right)} \quad [11]$$

El volumen unitario de cada clase diamétrica se obtuvo mediante las tarifas de cubicación [1] y [2], utilizando como variables de entrada el diámetro normal del árbol representativo de cada clase y su altura estimada mediante la relación altura-diámetro generalizada. Posteriormente se multiplicó el volumen así obtenido por la frecuencia según la función de distribución diamétrica, y por agregación se determinó el volumen de la masa.

Análisis estadístico

El ajuste de las tarifas de cubicación de masa se realizó con el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS/STAT® (SAS INSTITUTE INC., 2004).

El análisis de la capacidad de ajuste de los modelos se basó en el valor del coeficiente de determinación para modelos no lineales (R^2) (RYAN, 1997) y la raíz del error medio cuadrático

(REMC). Las expresiones de estos estadísticos son:

$$R^2 = r_{y_i, \hat{y}_i}^2 \quad [12]$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad [13]$$

donde r_{y_i, \hat{y}_i} es el coeficiente de correlación lineal entre los valores medidos (y_i) y estimados \hat{y}_i de la variable dependiente, n es el número de datos utilizados en el ajuste y p es el número de parámetros del modelo.

La bondad de las estimaciones del número de árboles por clases diamétricas de 1 cm obtenidas con la función de distribución Weibull se determinó mediante el test de Kolmogorov-Smirnov, que se basa en la comparación de la función de distribución teórica, de acuerdo con el modelo que se propone, y las frecuencias relativas acumuladas de los datos muestrales.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La tarifa de masa que mejores resultados proporcionó para pino silvestre fue una función alométrica del área basimétrica y de la altura dominante:

$$V = 0,5908G^{0,9981}H_0^{0,8844} \quad (R^2 = 0,9974; REMC = 7,5 \text{ m}^3) \quad [14]$$

Por su parte, para pino radiata, los mejores resultados se obtuvieron con una tarifa que incluyó además la edad como variable regresora:

$$V = (GH_0)^{(0,9987-0,00223r)} e^{(-0,9635+0,0170r)} \quad (R^2 = 0,9912; REMC = 13,4 \text{ m}^3) \quad [15]$$

En la Figura 1 se muestran los gráficos de residuos frente a valores predichos de dichas ecuaciones. En ellos se observa que no existen tendencias sistemáticas que puedan dar lugar al rechazo de las ecuaciones elegidas. Además, como se deduce por el valor del coeficiente de determinación en cada caso, los modelos seleccionados explicaron la práctica totalidad de la variabilidad de los datos de volumen de masa.

Con respecto a la adecuación de la función Weibull de dos parámetros en la caracterización de las distribuciones diamétricas, el test de Kolmogorov-Smirnov no excluyó ningún inventario de pino silvestre ni de pino radiata a un nivel de significación del 5%, lo que demuestra la validez de la metodología utilizada y la capacidad de la función de Weibull para caracterizar las distribuciones diamétricas de las masas regulares de las dos especies.

Para determinar la precisión de las dos alternativas analizadas, se compararon los valores reales de volumen de masa para cada especie con las estimaciones proporcionadas por la mejor tarifa de masa y las obtenidas por la suma ponderada del volumen de las clases diamétricas presentes en cada inventario. En la Figura 2 se presentan los gráficos de valores observados de volumen de masa frente a los predichos por las dos alternativas de estimación. En ellos no se aprecian tendencias anómalas en la distribución de puntos, lo que ratifica la validez de las dos alternativas propuestas.

Las tarifas de cubicación de masa se han mostrado como herramientas muy precisas para una estimación rápida del volumen en masas de pino silvestre y pino radiata en Galicia. Las variables de las que dependen estas tarifas (altura dominante, área basimétrica y, en el caso de pino radiata, también la edad) se pueden determinar fácilmente a partir de datos de inventarios convencionales. La determinación de la edad no implica un gran esfuerzo adicional de muestreo, ya que se puede determinar a partir de la fecha de plantación, que suele ser conocida.

La metodología de desagregación presentó también unas estimaciones del volumen de masa muy precisas utilizando una tarifa de cubicación de árbol individual para obtener los volúmenes unitarios. Además, en este caso, si es necesario realizar una clasificación de los volúmenes por destinos comerciales, se puede utilizar una función de perfil, que por integración permite la cubicación de los árboles hasta una determinada altura o diámetro especificados. Resultan especialmente interesantes los sistemas de estimación de volumen compatibles, que proporcionan el mismo volumen integrando una función de perfil que utilizando una tarifa de cubicación.

Las dos metodologías se pueden usar conociendo sólo variables de masa, en cuyo caso sería

necesario modelizar el diámetro medio aritmético o la varianza de la distribución diamétrica para poder recuperar los parámetros por el método de los momentos. La variable no modelizada se puede obtener mediante la relación:

$$\text{var} = d_g^2 - d_m^2 \quad [16]$$

en la que el diámetro medio cuadrático debería calcularse a partir del área basimétrica y del número de pies de la masa mediante la expresión:

$$d_g = \sqrt{4G/(\pi N)} \quad [17]$$

La elección entre una u otra alternativa dependerá de los siguientes factores:

- El esfuerzo de muestreo de las variables requeridas por todas las funciones de la metodología de desagregación.
- La necesidad de obtener el valor de la producción según destinos comerciales.
- La posibilidad de contar con una hoja de cálculo, un paquete estadístico o una aplicación informática específica en la que implementar los cálculos necesarios en la metodología de desagregación.

REFERENCIAS

- BAILEY, R.L. & DELL, T.R.; 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *For. Sci.* 19(2): 97-104.
- BURK, T.E. & NEWBERRY, J.D.; 1984. A simple algorithm for moment-based recovery of Weibull distribution parameters. *For. Sci.* 30(2): 329-332.
- CASTEDO, F.; 2004. *Modelo dinámico de crecimiento para las masas de Pinus radiata D. Don en Galicia. Simulación de alternativas selvícolas con inclusión del riesgo de incendio*. Tesis doctoral. Escola Politécnica Superior, Universidade de Santiago de Compostela.
- CLUTTER, J.L.; FORTSON, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H. & BAILEY, R.L.; 1983. *Timber management: a quantitative approach*. Krieger Publishing Company, New York.
- DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G. & ROJO, A.; 2005. Dynamic growth model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in Galicia (north-western Spain). *Ecol. Model.* (en prensa).
- GADOW, K.V.; REAL, P. y ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; 2001. *Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques*. IUFRO World Series vol. 12, Vienna.
- GAFFREY, D.; 1988. *Forstamts-und bestandesindividuelles Sortimentierungsprogramm als Mittel zur Planung, Aushaltung und Simulation*. Diplomarbeit Forscliche Fakultät, Univ. Göttingen.
- HYINK, D.M.; 1980. Diameter distribution approaches to growth and yield modelling. In: Brown, K.M. & Clarke, F.R. (eds.). *Forecasting Forest Stand Dynamics*. School of Forestry, Lakehead University, pp. 138-163.
- JANSEN, J.J.; SEVENSTER, J. & FABER, P.J.; 1996. *O pbrengsttabellen voor belangrijke boomsoorten in Nederland*. Hinkeloord Report n° 17, Landbouwniversiteit, Wageningen.
- KANGAS, A. & MALTAMO, M.; 2000. Calibrating predicted diameter distribution with additional information. *For. Sci.* 46(3): 390-396.
- KNOEBEL, B.R.; BURKHART, H.E. & BECK, D.E.; 1986. A growth and yield model for thinned stands of yellow-poplar. *For. Sci. Monograph* 27.
- MALTAMO, M.; PUUMALAINEN, J. & PÄIVINEN, R.; 1995. Comparison of Beta and Weibull functions for modelling basal area diameter distributions in stands of *Pinus sylvestris* and *Picea abies*. *Scand. J. For. Res.* 10: 284-295.
- NEWBY, M.; 1980. The properties of moment estimators for the Weibull distribution based on the sample coefficient of variation. *Technometrics* 22: 187-194.
- RYAN, T.P.; 1997. *Modern regression methods*. John Wiley & Sons, New York.
- SAS INSTITUTE INC.; 2004. SAS/STAT® 9.1 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- TOMÉ, M.; 1988. *Modelação do crescimento da árvore individual em povoamentos de Eucalyptus globulus Labill. (1ª rotação) na regio centro de Portugal*. Ph. D. Thesis, Instituto Superior de Agronomia, Universidade Técnica de Lisboa (inédito).

Tabla 1. Análisis descriptivo de las principales variables de masa de las parcelas de pino radiata y pino silvestre utilizadas.

Variable	Pino silvestre (223 inventarios)				Pino radiata (300 inventarios)			
	Media	Máx	Mín	Desv. est.	Media	Máx	Mín	Desv. est.
t (años)	34,8	55,0	12,0	8,5	23,8	41,0	11,0	8,1
N (pies /ha)	1376,0	2720,0	580,0	411,5	901,1	2048,0	183,3	475,7
G (m ² /ha)	37,4	74,2	4,2	14,4	34,4	70,5	11,4	10,1
d_g (cm)	18,7	30,9	7,5	4,8	25,1	53,8	9,7	9,6
d_m (cm)	18,2	30,2	7,3	4,7	24,0	52,9	9,2	9,4
D_0 (cm)	26,3	40,1	10,4	5,9	34,6	64,8	16,3	10,5
h_m (m)	11,6	22,7	3,4	4,3	17,7	29,5	7,5	5,0
H_0 (m)	13,1	24,0	4,0	4,5	20,6	34,0	9,1	5,2
V (m ³ /ha)	233,9	710,0	8,6	141,0	297,8	805,8	48,1	142,6

donde t = edad de la masa; N = número de pies vivos por hectárea, G = área basimétrica, d_g = diámetro medio cuadrático, d_m = diámetro medio aritmético, D_0 = diámetro dominante h_m = altura media aritmética; H_0 = altura dominante; V = volumen total de masa.

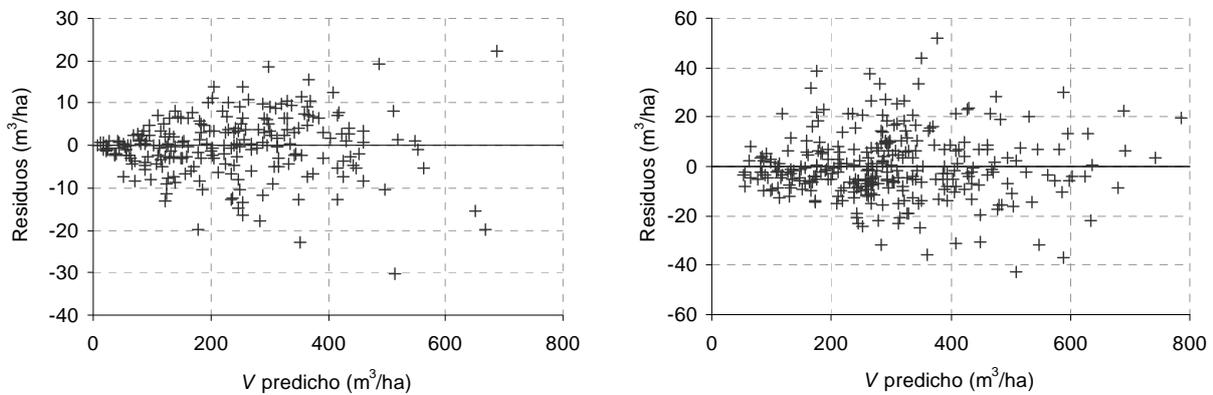
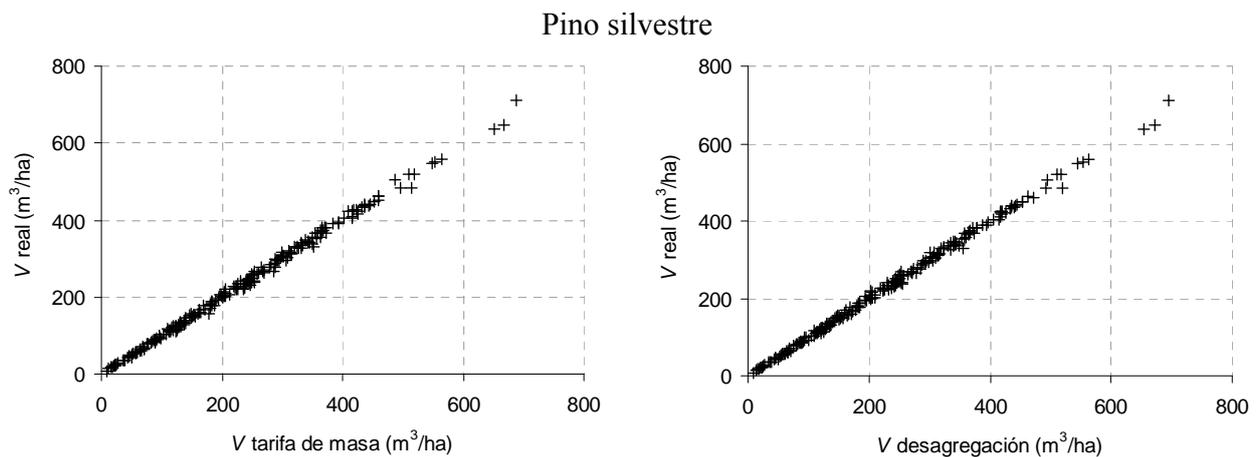


Figura 1. Distribución de los residuos frente a los valores predichos para las tarifas de cubicación de masa elegidas (a la izquierda pino silvestre y pino radiata).



Pino radiata

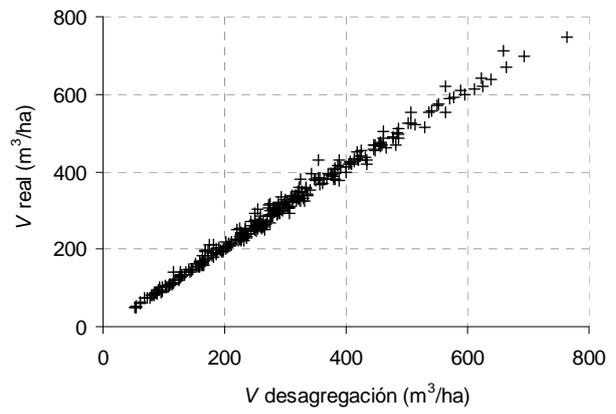
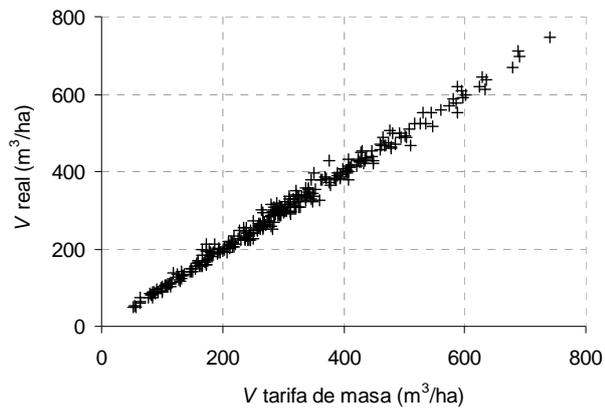


Figura 2. Valores observados frente a valores predichos por las tarifas de cubicación de masa (izquierda) y la metodología de desagregación propuesta (derecha) para pino silvestre (arriba) y pino radiata (abajo).