

CARACTERIZACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES DIAMÉTRICAS DE *EUCALYPTUS GLOBULUS LABILL.* EN ASTURIAS Y EL NORTE DE GALICIA.

T. López (1), E. Tolosana (1), M.A. Cogolludo (2), I. González Doncel (1).

(1) Departamento de Economía y Gestión Forestal. E.T.S.I. Montes y E.U.I.T. Forestal. Universidad Politécnica de Madrid. Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.

Correo electrónico: tlopez@montes.upm.es, eduardo.tolosana@upm.es

(2) Norte Forestal, S.A. Avda. Fernández Ladreda, 15. 36003 Pontevedra.

RESUMEN.

El eucalipto blanco (*Eucalyptus globulus Labill.*) es una de las especies más productivas entre las que se plantan en los montes españoles, que ocupa unas 70.000 ha en el Principado de Asturias y 8.000 en Lugo (III IFN). Una posibilidad para aumentar la rentabilidad de estas masas es reservar parte de la producción para destinos económicamente más ventajosos, como fabricación de tableros o sierra, que requieren pies de ciertas dimensiones. El punto de partida para estimar las diferentes clases de productos a obtener son las curvas de distribución diamétrica y la relación de los parámetros que definen estas curvas con variables de masa. Se han comparado distintas metodologías de estimación de parámetros de las funciones de Weibull y S_B de Johnson utilizando criterios relacionados con la calidad de ajuste y la posibilidad de conocer los parámetros que definen la distribución a partir de variables de masa. El resultado son ecuaciones que permiten conocer la distribución diamétrica de una masa de características conocidas, lo que proporciona información complementaria de gran interés para modelos de crecimiento de masa.

INTRODUCCIÓN

Las características de la madera de eucalipto (elevada densidad, longitud de fibras y contenidos equilibrados de holocelulosas y lignina) resultan excepcionales para la fabricación de pasta de papel, lo que hace que la industria pastero- papelera sea, hoy por hoy, el máximo consumidor de esta madera. No obstante, otros tipos de industrias tales como las de tableros de fibras, tableros de partículas, parquet, chapa a la plana, desenrollo, aserraderos, así como uso directo de su madera para apeas de minas, postes de cierre y vigas para bateas de cría de mejillones, representan un 12 % del consumo anual en 1998.

La tendencia es clara hacia la diversificación del uso industrial de *E. globulus*, con poda natural muy activa y rápido crecimiento, que permiten la obtención de fustes limpios y madera de grandes escuadrías, factores clave para la industria de aserrío. Los graves inconvenientes que presenta, como las elevadas tensiones de crecimiento y el delicado y complejo secado de su madera están siendo objeto de proyectos de investigación para solventarlos (Touza, 1997).

Las curvas de distribución diamétrica son un instrumento de gran interés, ya que el conocimiento de las diferentes clases de productos que se pueden obtener permite abordar un análisis económico más sofisticado acerca de precios a pagar por la madera, u optimización de trabajos a realizar en la masa, por ejemplo.

MATERIAL Y MÉTODOS.

Datos de partida.

Los datos disponibles corresponden a 92 parcelas permanentes, instaladas en el oriente de Asturias y la Mariña Lucense para la elaboración de un modelo de crecimiento de masa, que se han remedido 4 veces, cada dos años, desde el año 1997. Se dispone de un total de 390 datos. Los diámetros medidos en cada parcela se agrupan en clases diamétricas, lo que permite conocer su frecuencia asociada.

Elección de la variable dependiente.

El primer aspecto a considerar para realizar el estudio de las clases diamétricas, es el tamaño de dichas clases. El tamaño elegido debe de ser lo bastante pequeño como para que haya un número

de clases suficiente y lo bastante grande como para conseguir un número de árboles representativo dentro de cada clase (Álvarez, 1997).

Tras comparar los resultados asociados a tomar 1 ó 2 centímetros como tamaño de clase diamétrica y, dado que una clase diamétrica de dos centímetros es suficiente para conocer el posible destino, se ha optado por utilizar esta última amplitud de clase diamétrica.

Ecuaciones ensayadas.

Existen numerosas funciones de densidad que se han utilizado para modelizar las distribuciones diamétricas de masas forestales. Entre ellas destacan la función S_B de Johnson y la función de Weibull, que son las que se van a ensayar en este trabajo.

Como se recoge en la bibliografía (Zhang, 2003), no basta con escoger la función sino que hay que utilizar el método de estimación de parámetros más adecuado en cada caso. Así, se debe comparar la calidad de ajuste asociada a distintos métodos de estimación para cada una de las funciones candidatas.

Además, se deben poder estimar los parámetros que definen la función a partir de variables de masa, por lo que la calidad de ajuste conseguida en las ecuaciones de recuperación de parámetros es otro factor a tener en cuenta.

1. La función de Weibull.

Esta función fue aplicada por primera vez a las masas forestales por Bailey y Dell (1973). Debido a su gran flexibilidad y su sencillez, hoy en día es una de las distribuciones más empleadas (Pardé y Bouchon, 1994). La expresión que define la función de densidad es:

$$y = \left(\frac{c}{b}\right) \cdot \left(\frac{d-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{d-a}{b}\right)^c\right)$$

donde y es la frecuencia asociada al diámetro d , y a , b y c son los parámetros que caracterizan a la distribución. Son en todos los casos positivos.

Entre los diversos modos de estimar los parámetros de la función de Weibull, los más utilizados son los métodos de los percentiles y de máxima verosimilitud, que requieren una estimación previa del parámetro a de la función.

Para la estimación del parámetro a se pueden utilizar expresiones como la propuesta por Zanakis (1979), o tomar el valor 0, con lo que tendríamos una función biparamétrica. Condés (1997) indica que los ajustes con la función Weibull biparamétrica no alcanzan la precisión adecuada en el caso de parcelas con diámetros medios elevados. Esta situación no se presenta en los eucaliptares estudiados, por lo que se puede prescindir del parámetro a .

Para la estimación de parámetros mediante el método de percentiles se han utilizado los estimadores propuestos por Dubey (1967), utilizando los diámetros correspondientes a los percentiles 63, 17 y 97.

Las expresiones para determinar los valores de los parámetros mediante máxima verosimilitud han sido tomadas de Condés (1997).

2. La función S_B de Johnson.

La función S_B de Johnson ha sido utilizada para modelizar las distribuciones diamétricas en numerosas ocasiones (ver Scolforo *et al*, 2003). En particular, ha sido aplicada con éxito a masas de eucalipto (Furtado *et al*, 1997, Scolforo, 1998 en Scolforo, 2003).

Johnson (1949) propone un sistema de tres distribuciones basadas en transformaciones de una distribución normal *standard*. En el caso de la función S_B la función de densidad asociada es:

$$y = \left(\frac{\delta}{\sqrt{2 \cdot \pi}}\right) \cdot \frac{\lambda}{(\varepsilon + \lambda - d) \cdot (d - \varepsilon)} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left[\gamma + \delta \cdot \log\left(\frac{d - \varepsilon}{\varepsilon + \lambda - d}\right)\right]^2\right]$$

Se trata de una función muy flexible, que se adapta bien a las distintas distribuciones diamétricas, pero su principal desventaja es su complejidad, ya que necesita cuatro parámetros para ser definida frente a los dos de la función de Weibull con $a = 0$.

Entre las metodologías para la estimación de parámetros se han elegido las propuestas por

Knoebel y Burkhart (1991) y por Zhou y McTague (1996) para comparar sus resultados.

En primer lugar, para aplicar cualquiera de los dos métodos, se deben fijar los parámetros ε y λ . Sus valores tienen que ver con los diámetros máximo y mínimo de la distribución, ya que la función está definida entre ε y $\varepsilon + \lambda$. Se utilizan los estimadores propuestos por Knoebel y Burkhart (1991), que han proporcionado los mejores resultados en otros trabajos consultados (Zhang, 2003, Scolforo, 2003, Zhou, 1996).

El método de Knoebel y Burkhart (1991) utiliza estimadores a partir de los percentiles 50 y 95 observados en la masa.

La metodología propuesta por Zhou & McTague (1996), se basa en la estimación de los parámetros mediante una regresión lineal, utilizando los valores de los diámetros correspondientes a 9 percentiles (10, 20, 30... 90%) y las probabilidades correspondientes a cada uno tomados de las tablas de la función normal.

Recuperación de parámetros.

Tras ajustar las distribuciones diamétricas observadas a funciones de densidad, es necesario relacionar los parámetros que definen estas funciones con variables de masa. Con estas relaciones será posible conocer la distribución diamétrica esperada para una masa de características conocidas.

Se han relacionado los parámetros de las distintas distribuciones ensayadas con las variables de masa: edad, altura dominante, área basimétrica, número de pies mayores por hectárea, diámetro medio cuadrático y índice de sitio.

Se han ajustado ecuaciones lineales mediante regresión paso a paso utilizando el programa Statgraphics. Para comparar la calidad de ajuste asociada a cada uno de los parámetros se ha utilizado el coeficiente de correlación.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Comparación de ecuaciones.

Para evaluar la calidad del ajuste asociada a cada una de las funciones y metodologías ensayadas se han usado los siguientes estadísticos:

- Test de Kolmogorov: Se han tomado valores críticos asociados del 5 y el 20%.
- R^2 asociado al ajuste. Se va a utilizar el valor medio obtenido así como su distribución en intervalos de amplitud 10%.
- Coeficiente de Reynolds: En cada una de las parcelas se obtiene este valor mediante la expresión:

$$R = \sum \text{abs}(f_{\text{obsi}} - f_{\text{esti}}), \text{ donde}$$

f_{obsi} y f_{esti} son las frecuencias observada y estimada en cada clase diamétrica. Para la comparación de ecuaciones se utilizará la media de los valores obtenidos en cada parcela.

Los resultados obtenidos para cada una de las funciones y metodologías de ajuste ensayadas se presentan en la tabla 1.

La distribución de valores de R^2 obtenidos clasificados en intervalos de amplitud 0,1 para cada uno de los métodos de ajuste ensayados se presenta en la figura 1.

Se observa cómo la calidad de ajuste asociada a la función de Weibull por cualquiera de los dos métodos y la de la función de Johnson mediante regresión lineal son muy similares, siendo sensiblemente peor el resultado obtenido con el método de Knoebel Burkhart, por lo que este método se puede descartar.

Otro comentario que se puede realizar a la vista de los resultados es que el número de parcelas que “pasan” el test de Kolmogorov al ajustar Weibull mediante máxima verosimilitud es inferior al resto. Esto es debido a algunas parcelas se han eliminado al no haber conseguido la convergencia en la estimación del parámetro c . En total hay unas 10 mediciones eliminadas.

Estimación de parámetros de la función de Weibull mediante el método de los percentiles.

En este caso se van a recuperar los percentiles 17, 63 y 97, ya que a partir de ellos se pueden conocer los valores de los parámetros de la ecuación. Las ecuaciones estimadas son:

$$d_{97} \text{ (mm)} = 12,7273 + 9,50325 \cdot d_g + 1,66279 \cdot E + 3,10697 \cdot H_0 - 0,0124196 \cdot N$$

$$R^2_{\text{ajustado}} = 93,54\%$$

$$d_{17} \text{ (mm)} = 17,5755 + 0,79495 \cdot G + 7,63626 \cdot d_g + 3,27649 \cdot H_0 + 0,599237 \cdot IS$$

$$R^2_{\text{ajustado}} = 78,95\%$$

$$d_{63} \text{ (mm)} = -5,95811 + 11,4126 \cdot d_g - 0,38814 \cdot E$$

$$R^2_{\text{ajustado}} = 98,72\%$$

Estimación de parámetros de la función de Weibull mediante máxima verosimilitud.

Las ecuaciones que permiten conocer los valores de b y c a partir de parámetros de masa son:

$$b = -22,7276 - 1,14667 \cdot G + 13,0118 \cdot d_g - 0,66393 \cdot H_0 + 0,016145 \cdot N$$

$$R^2_{\text{ajustado}} = 88,59\%$$

$$c = 7,560 - 0,077 \cdot E - 0,527 \cdot H_0 + 0,001 \cdot N + 0,009 \cdot H_0^2 + 0,011 \cdot d_g^2$$

$$R^2_{\text{ajustado}} = 44,88\%$$

El valor obtenido en la regresión del parámetro c es demasiado bajo, si bien es similar al obtenido por otros autores (García Güemes, 2002).

Estimación de parámetros de la función S_B de Johnson ajustada mediante regresión lineal.

Los coeficientes de correlación asociados a la regresión de cada uno de los cuatro parámetros que definen la función se presentan en la tabla 2.

Los valores tan bajos asociados al ajuste de los parámetros δ y γ , unido a su mayor número de parámetros y a una mejora en la calidad de ajuste nula o muy pequeña (Tabla 1) desaconsejan el uso de esta función.

CONCLUSIONES.

Los resultados obtenidos aconsejan la utilización de una función de distribución de Weibull biparamétrica. Los parámetros de esta función se estiman mediante el método de los percentiles que a su vez se pueden estimar mediante ecuaciones de regresión a partir de variables de masa conocidas.

Así, el proceso para conocer la distribución diamétrica de una masa determinada en cualquier momento sería:

1. Estimar los valores de los percentiles d_{97} , d_{17} y d_{63} mediante las ecuaciones lineales obtenidas por recuperación de parámetros.
2. Calcular los valores de los parámetros b y c mediante el método de percentiles.
3. Calcular el número de pies perteneciente a cada clase diamétrica mediante la función de Weibull biparamétrica.

BIBLIOGRAFÍA.

ALVÁREZ, J.G. 1997. *Análisis y caracterización de las distribuciones diamétricas de Pinus pinaster Ait. en Galicia*. UPM ETSIM Tesis doctoral inédita.

BAILEY, R.L.; DELL, T.R. 1973. *Quantifying Diameter Distributions with the Weibull Function*. Forest Science. Vol. 19, nº 2, pp 97-104.

CONDÉS, S. 1997. *Simulación de Parcelas Arboladas con Datos del Segundo Inventario Forestal Nacional*. UPM ETSIM Tesis doctoral inédita.

DUBEY, S. D., 1967. *Some percentil estimators for Weibull parameters*. Technometrics 9, 119-129.

FURTADO, A., THEMIDO, I., TOMÉ, M., 1997. *Modelação da distribuição de diâmetros do eucalipto em Portugal*. I Congreso Forestal Hispano-Luso. Mesa 4: 243-245. Pamplona.

GARCÍA GÜEMES, C.; CAÑADAS, N.; MONTERO, G. 2002. *Modelización de la distribución diamétrica de las masas de Pinus pinea L., de Valladolid (España) mediante la función de Weibull*. Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales 11 (2): 263-282.

KNOEBEL, B.R., BURKHART, H.E., 1991. *A bivariate distribution approach to modeling forest diameter distributions at two points in time*. Biometrics 47: 241-253.

JOHNSON, N. L., 1949. *Systems of frequency curves generated by methods of translation*. Biometrika, 36:149-176.

MALTAMO, M., KANGAS, A., UUTTERA, J., TORNIANEN, T., AND SARAMÄKI, J., 2000. *Comparison of percentile based prediction methods and the Weibull distribution in describing the diameter distribution of heterogenous of Scots pine stands*. Forest Ecology and Management, 133: 263-274.

PARDÉ, J.; BOUCHON, J. 1994. *Dasometría*. Ed. Paraninfo. Madrid.

SCOLFORO, J. R. S., et al. 2003. *S_B distribution's accuracy to represent the diameter distribution of Pinus taeda through five fitting methods*. Forest Ecology and Management, 175, 489-496.

TOUZA VÁZQUEZ, M.C. 1997. Posibilidades de transformación de la madera de eucalipto blanco (*Eucalyptus globulus Labill.*). Rev. CIS-Madera, nº 0, p.18-26.

ZHANG, L., PACKARD, K.C., LIU, C., 2003: *A comparison of estimation methods for fitting Weibull and Johnson's S_B distribution to mixed spruce fir stands in Northeastern North America*. Canadian Journal of Forest Research 33 (7): 1340-1347.

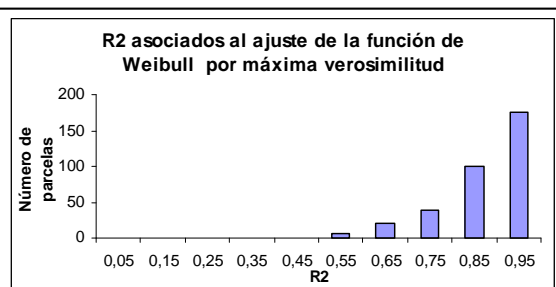
ZHOU, B., MCTAGUE, J.P., 1996. *Comparison and evaluation of five methods of estimation of the Johnson system parameters*. Canadian Journal of Forest Research 26: 928-935.

Tabla 1. Comparación de resultados para distintas funciones y métodos de ajuste.

	Weibull Método percentiles	Weibull. Método máxima verosimilitud	S _B de Johnson. Método de regresión lineal.	S _B de Johnson. Método de Knoebel Burkhart
Kolmogorov (5%)	349	328	350	232
Kolmogorov (20%)	332	306	345	151
Coefficiente de Reinolds	0,2471	0,2503	0,2566	0,4112
R ²	0,8835	0,8731	0,8756	0,7968

Tabla 2. Calidad de ajuste de la estimación de parámetros de la función S_B de Johnson

Parámetro	R ² _{ajustado} (%)
ε	20,09 %
λ	85,83 %
γ	61,04 %
δ	40,19 %



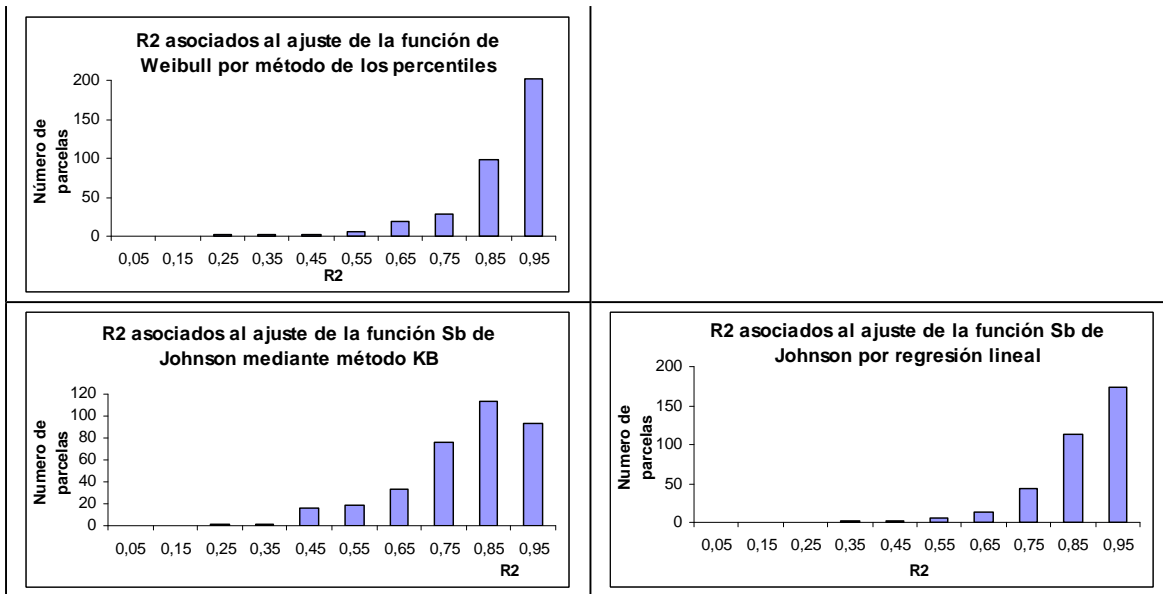


Figura 1. Distribución de coeficientes de correlación asociados a cada uno de los métodos de ajuste ensayados.