

ANÁLISIS DEL ESPESOR DE CORTEZA EN ECUACIONES DE PERFIL PARA PINO SILVESTRE (*Pinus sylvestris* L.) EN CASTILLA Y LEÓN

Lizarralde, I.^{1,2}; Bravo, F.¹

¹ Dept. de Producción Vegetal y Recursos Forestales
E.T.S. de Ingenierías Agrarias. Universidad de Valladolid
Avda. de Madrid, 44 34004 PALENCIA
Tfno. 979 108432 Fax 979 108440 correo electrónico: ilizarraldet@cesefor.com

² Dirección actual:
CESEFOR
Pol. Ind. Las Casas, Calle C, Parcela 4
42005 Soria

Resumen

Al igual que en otros aspectos del desarrollo de la ciencia forestal, los métodos de cubicación van evolucionando. Uno de los métodos más importantes utilizados en los últimos años es la creación de ecuaciones de perfil del árbol. Estas ecuaciones son simples relaciones entre diferentes alturas y diámetros a lo largo del tronco.

En el presente trabajo se muestran ecuaciones de perfil para pino silvestre tanto con corteza como sin corteza. De esta, manera, además de obtener la cubicación de los árboles a estudiar, se puede conocer la variación del espesor de corteza a lo largo de la altura del tronco. Además, podrían crearse ecuaciones que relacionen el diámetro con corteza y el diámetro sin corteza en cualquier punto del árbol.

INTRODUCCION

El desarrollo de las técnicas de modelización forestal de los últimos años ha traído consigo una serie de herramientas que hacen posible el mejor conocimiento de las masas forestales y por lo tanto, facilitan en gran medida la correcta gestión de las mismas. Así, de la misma manera que los modelos de crecimiento han ocupado el lugar de las tablas de producción, las ecuaciones de perfil han ido progresivamente sustituyendo a las ecuaciones y tarifas de volumen (COURET & HOULLIER, 2002).

El perfil del árbol es la proyección ortogonal de la forma del árbol sobre un plano paralelo al eje (RODRÍGUEZ, 1999). Por su parte, las ecuaciones de perfil expresan la reducción del diámetro a medida que se incrementa la altura a lo largo del tronco (NEWNHAM, 1992), lo que está altamente correlacionado con la calidad de la madera y el crecimiento del árbol (PETERSSON, 1999). Las ecuaciones de perfil están basadas en mediciones de diámetros a diferentes alturas del tronco, por lo que proporciona una estimación del volumen total y comercializable del árbol (MUHAIRWE, 1999).

Para explicar la forma del árbol, existe una teoría basada en los tipos dendrométricos (NEWNHAM, 1992). Siguiendo esta teoría, el total del tronco estaría formado por tres tipos dendrométricos diferentes: en la zona más baja del tronco, también llamado raigal, la forma del tronco es neiloide. La zona más extensa, entre el raigal y el principio de la copa viva, la forma del tronco es paraboloides y por último, en la zona más alta correspondiente a la zona de la copa viva, el tronco es cónico.

La estructura de las ecuaciones de perfil puede clasificarse en diferentes categorías, dependiendo de su construcción (CASTEDO y ÁLVAREZ, 2000). Según la clasificación, los modelos pueden ser polinómicos (simples o segmentados), potenciales, exponenciales, de exponente variables, trigonométricos o logarítmicos.

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos

Los datos utilizados para la creación de las ecuaciones de perfil fueron obtenidos a partir de la red de parcelas experimentales del Grupo de Investigación Sobre Manejo Forestal Sostenible de la Universidad de Valladolid (Campus de Palencia). En concreto se utilizaron los datos de 73 parcelas de pino silvestre distribuidas por las masas naturales de las provincias de Burgos, Segovia y Soria. Estas parcelas están compuestas por tres círculos concéntricos de 5, 10 y 15 m y de cada una de ellas, se aparearon entre 3 y 6 árboles, dependiendo de la densidad de la parcela. En total, se aparearon 328 pinos en los que se tomaron las siguientes medidas: el diámetro a la altura normal, la altura total, la altura a la base de la copa, la altura del tocón. Además, cada medio metro por debajo de 1.30 m y cada metro por encima, se midió el diámetro y el espesor de corteza. Este espesor también se midió a la altura del tocón. Con todo ello, se obtuvieron 6955 ternas de datos de altura-diámetro-espesor de corteza. En la tabla 1 se presenta un resumen de los datos utilizados.

Ecuaciones utilizadas

En la literatura científica referente a las ecuaciones de perfil existe un gran número de formas de ecuaciones diferentes que sería imposible de abarcar en el presente trabajo. Por ello, se ha optado por testar 6 ecuaciones que comprenden varios tipos de modelos y que, además, suponen un análisis cronológico de la evolución en la construcción de este tipo de ecuaciones.

En primer lugar, se estudia una ecuación polinómica simple propuesta por MUNRO (1966), en la que la construcción es bastante sencilla aunque ya introduce el hecho de obligar a la curva a pasar por el punto de inflexión de la altura normal. En segundo lugar, se prueba una ecuación polinómica de segundo grado (KOZAK *et al*, 1969) basada en relaciones básicas entre alturas y diámetros.

En los años 70 se abre otra tendencia en la forma de construcción con la introducción de ecuaciones potenciales. De entre todas las formas surgidas en esa época, se prueban las propuestas por DEMAERSCHALK (1972) y ORMEROD (1973). Al ser potenciales, ambas toman forma no-lineal, si bien son fácilmente linealizables mediante logaritmos.

Con el desarrollo de los sistemas informáticos, en la última década se han extendido otro tipo de ecuaciones con estructuras mucho más complejas, como las de exponente variable, las trigonométricas o las logarítmicas. De entre ellas, se analiza una ecuación de exponente variable o Spline (D'AQUITAINE *et al*, 1999) y una ecuación trigonométrica (BI, 2000).

En la tabla 2 se muestran las ecuaciones de perfil probadas.

Análisis estadístico

Todas las ecuaciones probadas fueron ajustadas mediante procesos de ajuste de regresiones utilizando, en cada caso, técnicas de regresión lineal o no-lineal. Las regresiones lineales fueron ajustadas con el procedimiento REG del paquete estadístico SAS/STAT (SAS Inst, 2000). Los parámetros se estiman por el método de mínimos cuadrados, calculando su error estándar y se verifica que los parámetros sea significativamente distintos de cero a través del test estadístico de la *t* de Student con un nivel de significación de $\alpha=0.05$.

Por su parte las regresiones no-lineales se ajustaron con el procedimiento NLIN de SAS (SAS Inst, 2000). La estimación de los parámetros en las regresiones no-lineales se realiza mediante procesos iterativos. En este caso, todas las estimaciones se realizaron utilizando el método de Gauss-Newton que es el método por defecto del procedimiento NLIN.

Los procesos iterativos requieren de unos parámetros iniciadores por los que se comienza la iteración hasta llegar a la convergencia, que se consigue cuando la reducción de la suma de cuadrados residual es significativamente pequeña. En algunos casos del presente trabajo, se utilizaron parámetros iniciadores tomados de trabajos anteriores con las mismas ecuaciones aunque en la mayoría de los casos, se optó por plantear parámetros iniciadores comprendidos entre 0 y 1.

Evaluación de los modelos

La evaluación de los modelos es el conjunto de análisis a los que se someten las ecuaciones ajustadas. Este conjunto de análisis comprende una parte cualitativa en la que se realiza una evaluación del realismo teórico y el significado biológico del modelo. El análisis meramente cuantitativo consta de una serie de tests estadísticos, gráficos y análisis comparativos de las predicciones (SOARES *et al*, 95).

Los gráficos analizados se utilizan para comprobar la homocedasticidad y la normalidad de los datos. Para comprobar la homocedasticidad u homogeneidad de la varianza de los residuos se realiza un gráfico que confronta los datos predichos con los residuos. La normalidad de los residuos studentizados se analiza mediante gráficos QQ de normalidad. La presencia de no-normalidad en dichos gráficos fue solucionada con técnicas de regresión robusta basada en el método de mínimos cuadrados iterativamente ponderados (MYERS, 1986). Estos métodos reducen la influencia de puntos que aparentan ser "outliers". Dentro de estos, el método más utilizado y el que también se ha utilizado en este caso es el método Huber (MYERS, 1986).

Los estadísticos utilizados en el presente trabajo están basados en los residuos PRESS, obtenidos de la validación cruzada de los datos. Así, se calculó el sesgo como la media de los residuos PRESS (MRPRESS), mientras que la precisión del modelo fue tomada como la media absoluta de dichos residuos PRESS (MARPRESS). Para el cálculo de la eficiencia del modelo se utilizó un estadístico denominado eficiencia de modelización (ME). Las expresiones de los estadísticos utilizados son las siguientes:

$$PRESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{i,-i})^2 = \sum_{i=1}^n (e_{i,-i})^2$$

$$MRPRESS = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{n}$$

$$MARPRESS = \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

$$ME = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}$$

Validación de los modelos

La validación de modelos ha ido variando y evolucionando en el tiempo, durante el cual se han desarrollado distintas estrategias. Es lógico pensar que la opción óptima es la de contar con una muestra independiente de datos, pero esto suele ser bastante difícil de conseguir. Frente a este óptimo, en un primer momento se optó por la división aleatoria del total de los datos en dos subgrupos, generalmente con el 30% y el 70% de los datos, asumiendo una ficticia independencia entre ellos. Se ha demostrado (HUANG *et al*, 2003) que la independencia de subgrupos asumida por este proceso, llamado en la literatura anglosajona “data-splitting”, es errónea. Otro método de validación muy utilizado en la actualidad es la validación cruzada o “cross-validation”, en el que cada dato es tomado individualmente y validado con el resto del conjunto de datos (HUANG *et al*, 2003).

En este trabajo, se ha optado por la validación cruzada ya que está considerada como una metodología bastante rigurosa y se han obtenido recientemente buenos resultados en diferentes trabajos (SOARES & TOMÉ, 2002; CASTEDO, 2003).

RESULTADOS Y DISCUSION

En un primer paso, se ajustaron las 6 ecuaciones antes descritas mediante técnicas de regresión lineal o no lineal en cada caso. Con ello, se realizó una primera selección de las mejores ecuaciones atendiendo tan sólo a datos de eficiencia de modelización, sesgo y precisión. Los resultados obtenidos son los que se detallan en la tabla 3. Algunas de las ecuaciones fueron ligeramente modificadas respecto a la original porque existía alguna variable no significativa, que fue eliminada. Como se puede observar, los dos mejores ajustes corresponden a las ecuaciones propuestas por D’AQUITAINE *et al* (1999) y BI (2000), es decir, las ecuaciones más complejas y novedosas.

Con las dos ecuaciones mejores se realizó un análisis más exhaustivo comenzando por la comprobación de la homocedasticidad y la normalidad de los residuos. En ambas ecuaciones la normalidad no se cumplía, por lo que se pasó a reajustar las ecuaciones con el método de Huber para reducir la influencia de posibles “outliers” y corregir de esta manera la normalidad. En el gráfico 1 se observa esta corrección en el caso de la ecuación de D’AQUITAINE *et al* (1999). Al realizar esta operación, no se consiguió ajustar la ecuación de BI (2000) ya que varios parámetros eran no significativo y su eliminación producía la no significación de otros, por lo que la ecuación perdía su sentido. Por ello, se decidió elegir la ecuación de D’AQUITAINE *et al* (1999) con la modificación de Huber como ecuación de perfil con corteza para el pino silvestre.

Por último, y una vez elegida la mejor ecuación, se ajustó dicha ecuación a la base de datos sin corteza para conseguir la correspondiente ecuación de perfil. La ecuación elegida finalmente, con las modificaciones pertinentes es la siguiente:

$$d = \left(1 + b_3 \cdot e^{-b_4 \cdot h}\right) \cdot \left(b_5 \cdot D \cdot \left(1 - h^{b_{10} - b_2 \cdot (1-h)}\right)\right)$$

En la tabla 4 se muestran los resultados de las ecuaciones, tanto con corteza como sin corteza con sus parámetros y los estadísticos de evaluación del modelo.

CONCLUSIONES

Con la obtención de las ecuaciones de perfil más adecuadas para la especie, se logra tener una herramienta muy útil para la gestión forestal. Gracias a las ecuaciones, se puede conocer el diámetro del árbol a cualquier altura requerida, lo que permite, por integración, conocer el volumen de los distintos productos obtenibles.

Además, al desarrollar la ecuación también para los datos sin corteza, el conocimiento aportado es más preciso ya que se obtendría el volumen sin corteza por productos. Junto a esto, se podría conocer el volumen de corteza del árbol.

Las ecuaciones propuestas por D'AQUITAINE *et al* (1999) han resultado ser muy eficaces en la predicción y además son muy flexibles ya que han sido utilizadas con éxito en muchos trabajos recientes con diferentes especies en distintas localizaciones.

BIBLIOGRAFIA

- BI, H., 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalyptus. *For. Sci.* 46, 397-409.
- CASTEDO, F., 2003. Modelo dinámico de crecimiento para las masas de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Simulación de alternativas con inclusión del riesgo de incendio. Tesis Doctoral. Universidad de Santiago de Compostela. Lugo. 297 pp. Inédito
- CASTEDO, F. & ÁLVAREZ, J.C.; 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil de tronco. *Invest. Agr.: Sist. For.* Vol. 9 (2), 2000.
- COURBET, F. & HOULLIER, F., 2002. Modelling the profile and internal structure of tree stem. Application to *Cedrus atlantica* (Manetti). *Ann. For. Sci.* 59, 63-80.
- D'AQUITAINE, R., SAINT-ANDRÉ, L. & LEBAN, J.M., 1999. Product properties prediction-improved simulation in the forestry-wood chain applied on spruce sawnwood: Modelling stem properties distribution. Final report sub-task A2.1. Nancy. Internal document INRA-UMR.
- DEMAERSCHALK, J., 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.* 18, 241-245.
- HUANG, S.; YANG, Y. & WANG, Y.; 2003. A critical look at procedures for validating growth and yield models. In: A. Amaro; D. Reed & P. Soares (eds.) *Modelling Forest Systems*. CAB Pub., pp 271-293
- KOZAK, A., MUNRO, D.D. & SMITH, J., 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chro.* 45 (4), 278-283.
- MUHAIWE, C.K., 1999. Taper equations for Eucalyptus pilularis and Eucalyptus grandis for the north coast in New South Wales, Australia. *For. Ecol. Manage.* 113. 251-269.
- MUNRO, D.D., 1966. The distribution of log size and volume within trees. A preliminary investigation. Univ. British Columbia, Fac. of Forestry.
- MYERS, R.; 1986. *Classical and modern regression with applications*. Duxbury Press, Boston, MA, 359 pp.
- NEWHAM, R.M., 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22, 210-223.
- ORMEROD, D., 1973., A simple bole model. *For. Chro.* 49, 136-138.
- PETERSSON, H., 1999., A segmented stem profile model for *Pinus sylvestris*. *For. Ecol. Manage.* 124, 13-26.
- RODRIGUEZ, F., 1999. Modelización de la calidad de la madera de Pino radiata. (*Pinus radiata* Don.). Modelos dendrométricos. PFC. Universitat de Lleida. 81 pp. Inédito
- SAS INST. INC. Cary, NC.; 2000. *SAS/STAT User's guide version 8*. 3884 pp.
- SOARES, P. & TOMÉ, M., 2002. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *For. Ecol. Manage.* 166:99-109
- SOARES, P., TOMÉ, M., SKOVSGAARD, J.P. & VANCLAY, J.K. 1995. Evaluating a growth model for forest management using continuous forest inventory data. *For. Ecol. Manage.* 71. 251-265.

Agradecimientos

Los datos necesarios para la elaboración de este trabajo han sido recopilados gracias a la ayuda de la Consejería del Medio Ambiente de la Junta de Castilla y León mediante un convenio con la UVa para el desarrollo de modelos de crecimiento y producción para pino silvestre.

Tabla 1: Tabla resumen de características de los datos utilizados

Variable	n	Media	Desv. Típica	Máximo	Mínimo
DBH (mm)	6955	307.13	92.12	577	96
HT (cm)	6955	2021.01	452.82	3266	560
ECN (mm)	6955	21.46	9.05	55	1
DBHSINC (mm)	6955	264.21	83.54	515	78

Donde DBH es el diámetro a la altura del pecho, HT la altura total, ECN el espesor de corteza a la altura del pecho y DBHSINC el diámetro sin corteza a la altura del pecho.

Tabla 3: Comparación de estadísticos de las ecuaciones ajustadas

Ecuación	MRPRESS (Sesgo)	MARPRESS (Precisión)	ME (Eficiencia de modelización)
Munro	0.000036885	0.18270	0.64299
Kozak	0.30207	0.44807	-1.1969
Demaerschalk	0.000001363	0.46394	-1.49743
Ormerod	-0.058872	0.47176	-1.72915
D'Aquitaine	0.17994	16.1058	0.95875
Bi	0.14795	15.0618	0.96177

Gráfico 1: Corrección de la normalidad mediante Huber para la ecuación de D'AQUITAINE

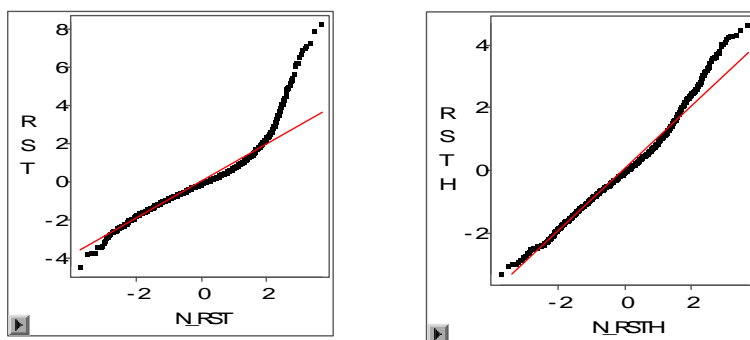


Tabla 4: Parámetros estimados, errores standard (entre paréntesis), sesgo, precisión y eficiencia de modelización de las ecuaciones elegidas

Ecuación	Parámetros estimados					Sesgo	Precisión	Eficiencia de modelización
	a_{10}	a_2	a_3	a_4	a_5			
Con corteza	0.5977 (0.00434)	0.9068 (0.0504)	0.6413 (0.0274)	10.9143 (0.3919)	0.7492 (0.0132)	1.0164	15.9586	0.9586
Sin corteza	0.5833 (0.00401)	0.8952 (0.0346)	0.4189 (0.0135)	15.7696 (0.7353)	0.8499 (0.0087)	1.2134	15.9397	0.9468

Tabla 2: Ecuaciones de perfil probadas

Modelo	Expresión	Tipo
Munro (66)	$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = b_0 - b_1 \cdot \left(\frac{h}{H-1,30}\right)$	Polinómica
Kozak et al (69)	$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = b_1 \cdot (T-1) + b_2 \cdot (T^2 - 1)$	Polinómica
Demaerschalk (72)	$d = b_1 \cdot D^{b_2} \cdot (H-h)^{b_3} \cdot H^{b_4}$	Potencial
Ormerod (73)	$\frac{d}{D} = \left(\frac{H-h}{H-1,30}\right)^{b_1}$	Potencial
D'Aquitaine et al (99)	$d = (1 + b_3 \cdot e^{b_4 \cdot h}) \cdot \left[b_5 \cdot D \cdot (1-h)^{b_{10} + b_{11} \cdot \left(\frac{H}{D}\right) + b_2(1-h)} \right]$	Exponente variable
Bi (2000)	$d = \frac{\left[\ln \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} \cdot T \right) \right]^{a_1 + a_2 \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} \cdot T \right) + a_3 \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{2} \cdot T \right) + a_4 \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} \cdot T \right) + a_5 \cdot D + a_6 \cdot T \cdot \sqrt{D} + a_7 \cdot T \cdot \sqrt{H}}{\left[\ln \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1,3}{H} \right) \right]}$	Trigonométrica

Donde: $T = \frac{h}{H}$