

MODELO DE ESTIMACIÓN DE ALTURAS EN *Pinus pinea* L. PARA LA PROVINCIA DE VALLADOLID

C. GARCÍA GÜEMES¹; N. CAÑADAS²; G. MONTERO²

(1): Servicio Territorial de Medio Ambiente. C/Juan de Padilla s/n. 09071 Burgos

(2): Dpto. de Selvicultura. CIFOR-INIA. Apdo 8111. 28080 Madrid

RESUMEN

La estimación de las alturas individuales suele ser un elemento necesario en la elaboración de modelos de simulación selvícola. En este artículo se pretende obtener la altura individual de *Pinus pinea* L. en función de variables de masa (calidad de estación y altura dominante) y del propio árbol (diámetro normal). Los modelos ensayados son lineales en las variables independientes. Se calcula el valor del estadístico F para la elección del modelo más adecuado, comprobando a continuación las hipótesis de incorrelación, insesgo y normalidad de los residuos. Finalmente, se valida el modelo obtenido con observaciones no utilizadas en el ajuste, resultando una variación explicada del 80%.

P.C.: *Pinus pinea*, modelo selvícola, estimación de altura, Valladolid

SUMMARY

Tree-height estimation is usually a key part of silvicultural simulation models. In this paper, *Pinus pinea* L. individual height is estimated from both stand variables (site index and dominant height) and tree variables (breast-height diameter). Some linear models have been compared. Fisher-Snedecor F determines most suitable model. Further residual analysis, regarding residual correlation and normality has also been done. Finally, the selected model is validated with data not used in its adjustment, obtaining an explained variation of 80%.

K.W.: *Pinus pinea*, silvicultural model, height estimation, Valladolid

INTRODUCCIÓN

La elaboración de un modelo de simulación exige la predicción de alturas para cada individuo a partir de diversas variables individuales y/o de masa. La modelización de la distribución diamétrica siempre ha despertado más interés entre los investigadores forestales por su importancia en la gestión. La modelización de la distribución de alturas tiene su mayor interés para el cálculo de volúmenes.

Los modelos para predecir alturas totales suelen incluir tanto variables de masa (como H_0 , N o G) como del propio individuo del que se calcula su altura (típicamente su diámetro). PASCOA (1987), ESPINEL *et al.* (1997) y DEL RÍO (1998) ajustan modelos alométricos que incluyen las variables citadas.

En general, el diámetro siempre va a ser un buen estimador de la altura (supuesto básico de las curvas de alturas-diámetros, ajustadas para *Pinus pinea* en el Sistema Central por CAÑADAS *et al.*, 1999), aunque debe ser matizado por la influencia de los tratamientos selvícolas que ha recibido ya que, en principio, el crecimiento en altura se ve poco afectado por la densidad.

Recogiendo la experiencia de todos los autores citados, asumimos que la altura individual puede ser adecuadamente estimada linealmente a partir de una variable de masa (H_0) y otra variable del propio árbol cuya altura se estima (D).

MATERIAL Y MÉTODOS

Material

Se han utilizado los datos procedentes de un muestreo dirigido sobre 131 parcelas en masas regulares de la provincia de Valladolid (detalles en GARCÍA GÜEMES, 1999). Las calidades de estación establecidas se ajustan a las de GARCÍA GÜEMES *et al.* (1997).

Para elaborar un modelo de alturas se ha ajustado un modelo lineal en el que se han tomado como variables explicativas el diámetro normal del árbol considerado y la altura dominante del rodal en el que se encuentra. Se ha preferido introducir en el modelo la altura dominante del rodal en lugar de la edad (que utiliza, por ejemplo, por DEL RÍO 1998) por medirse más fácilmente y con mayor precisión.

Métodos

El análisis se realizó para el conjunto de calidades y por calidades de estación. Se establecen 4 modelos, valorándose a continuación cuál de ellos es el que mejor se ajusta. Los modelos son los siguientes:

Modelo 1: Todos los términos independientes y coeficientes angulares son distintos. Por tanto, todos los parámetros serían significativamente diferentes entre las diferentes calidades de estación. El modelo, que es el más general de los posibles, responde a:

$$h = a_1 + D_1 \cdot (a_{12} \cdot d + a_{13} \cdot H_0) + D_2 \cdot (a_{21} + a_{22} \cdot d + a_{23} \cdot H_0) + \\ + D_3 \cdot (a_{31} + a_{32} \cdot d + a_{33} \cdot H_0) + D_4 \cdot (a_{41} + a_{42} \cdot d + a_{43} \cdot H_0)$$

donde D_i son variables ficticias que valen 1 para la calidad i y 0 en el resto de los casos, h es la altura de un árbol determinado y d su diámetro normal.

Modelo 2: Los términos independientes son iguales. El modelo es:

$$h = a_1 + D_1 \cdot (a_{12} \cdot d + a_{13} \cdot H_0) + D_2 \cdot (a_{22} \cdot d + a_{23} \cdot H_0) + \\ + D_3 \cdot (a_{32} \cdot d + a_{33} \cdot H_0) + D_4 \cdot (a_{42} \cdot d + a_{43} \cdot H_0)$$

Modelo 3: Los coeficientes angulares son iguales, pero no los términos independientes, es decir, los modelos para cada calidad presentan paralelismo. La expresión es:

$$h = a_1 + D_2 \cdot a_{21} + D_3 \cdot a_{31} + D_4 \cdot a_{41} + b \cdot d + c \cdot H_0$$

Modelo 4: Términos independientes y coeficientes angulares son iguales.

$$h = a + b \cdot d + c \cdot H_0$$

Para determinar cuál de los 4 modelos es el correcto utilizamos el test de Fisher-Snedecor. Las 3 hipótesis nulas que se deben comprobar son las siguientes:

1. Los términos independientes son iguales:

$$F_I = \frac{(SCE_2 - SCE_1) / (L_2 - L_1)}{SCE_1 / L_1}$$

donde SCE_i son la suma de cuadrados del error del modelo i , y L_i son sus grados de libertad correspondientes.

2. Los coeficientes angulares son iguales:

$$F_{II} = \frac{(SCE_3 - SCE_1) / (L_3 - L_1)}{SCE_1 / L_1}$$

3. Coeficientes angulares y/o términos independientes son iguales:

$$F_{III} = \frac{(SCE_4 - SCE_1) / (L_4 - L_1)}{SCE_1 / L_1}$$

Si las hipótesis nulas son ciertas, el estadístico F sigue una distribución F de Fisher-Snedecor con $L_i - L_j$ y L_j grados de libertad.

Los ajustes se realizan con los datos de 110 parcelas (2200 árboles). Se han reservado 21 parcelas (420 árboles, el 16% del total) para la validación del modelo.

La incorrelación de los residuos se ha valorado en todos los casos mediante el estimador de Durbin-Watson. Para el conjunto de las observaciones, la normalidad de los residuos se ha valorado con el test D de Kolmogorov-Smirnov por superar las 2000. También se ha comprobado que la esperanza de los residuos es nula.

La validación se realiza calculando el cuadrado medio de los residuos de las nuevas observaciones y el porcentaje de la variación en las parcelas de validación que queda absorbida por el modelo.

RESULTADOS

Ajuste y selección del modelo

La suma de los cuadrados del error (SCE) y grados de libertad (g.l.) correspondientes en cada uno de los cuatro modelos figuran en la Tabla 1.

Tabla 1: Suma de cuadrados del error (SCE) y grados de libertad (g.l.) de los 4 modelos para la estimación de la altura individual.

Modelo	SCE	g.l.
1	2297.54	2188
2	2312.22	2191
3	2381.44	2194
4	2425.79	2197

Las hipótesis nulas con las que permiten comprobar la influencia de la calidad de estación, el valor del estadístico F y el correspondiente de las tablas en cada caso son:

I. Términos independientes iguales

$$F_I = \frac{(2312.22 - 2297.54) / 3}{2297.54 / 2188} = 2.33$$

$$F_{3, 2188, 0.95} = 2.60$$

II. Coeficientes angulares iguales

$$F_{II} = \frac{(238144 - 2297.54) / 6}{2297.54 / 2188} = 13.32$$

$$F_{6, 2188, 0.95} = 2.21$$

III. Términos independientes y coeficientes angulares iguales

$$F_{III} = \frac{(242579 - 2297.54) / 9}{2297.54 / 2188} = 13.57$$

$$F_{9, 2188, 0.95} = 1.88$$

Por tanto, la única hipótesis que no rechazamos es la hipótesis I, de términos independientes iguales. El modelo correcto es, por tanto, el modelo 2, en el que los términos independientes son iguales y los coeficientes angulares distintos. El ajuste del modelo y sus parámetros se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2: Resultado del ajuste de los parámetros del modelo 2 (MSE=1.0553, R²=0.9363)

Parámetro	Estimación	Error estándar
a ₁	-0.6734	0.0706
a ₁₂	0.1079	0.0125
a ₁₃	0.7371	0.0306
a ₂₂	0.0591	0.0059
a ₂₃	0.8293	0.0168
a ₃₂	0.0976	0.0059
a ₃₃	0.6892	0.0202
a ₄₂	0.0984	0.0093
a ₄₃	0.6892	0.0324

Incorrelación, Insesgo y normalidad de los residuos

La incorrelación de residuos se comprueba mediante el test de Durbin-Watson. Los parámetros con los que se construye el test figuran en la Tabla 3.

Tabla 3: Valores de los parámetros calculados (d) y tabulados (d_l y d_u) que intervienen en el test de Durbin-Watson para comprobar la incorrelación de residuos. d_l y d_u corresponden a un nivel de significación del 1%.

Calidad	d	4-d	d _l	d _u
I	1.143	2.857	0.70	1.25
II	1.244	2.756	1.13	1.36
III	1.317	2.683	1.35	1.48
IV	1.342	2.658	1.05	1.33

La hipótesis nula de incorrelación de residuos no se rechaza en las calidades I, II y III. Para la calidad IV el test no es concluyente, es decir, no permite ni aceptar ni rechazar la hipótesis nula. Se debe tener en cuenta, no obstante, que el valor de d calculado se encuentra muy próximo al valor superior tabulado d_u más allá del cual no se rechaza la hipótesis nula de incorrelación de residuos.

La estimación del insesgo se valora observando si la media de las diferencias entre los valores de “h” calculados y observados es significativamente distinta de 0. La media calculada es de $6.26 \cdot 10^{-6}$ (desviación estándar 1.0254). La probabilidad de que dicha media sea 0 es de 0.9998, que equivale a un valor de la t de Student de 0.000286.

Para comprobar la normalidad de los residuos se utiliza la D de Kolmogorov-Smirnof. El valor del estadístico D es 0.05216 (P>D menor de 0.01), por lo que podemos asumir que la distribución de los residuos se aproxima suficientemente a la normal.

Validación

Para evaluar la validez del modelo se han utilizado todos los árboles de las 21 parcelas seleccionadas al azar para la validación, que suponen un total de 420 individuos.

Validamos el modelo calculando el cuadrado medio de los residuos de las nuevas observaciones así como el tanto por uno de la variación absorbida por el modelo en términos de R²:

$$CM = \frac{\sum_{i=1}^{i=420} (h_i - \hat{h}_i)^2}{420} = 0.4529$$

$$R_{pred}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=420} (h_i - \hat{h}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=420} (h_i - \bar{h}_i)^2} = 0.8$$

Comparado con el cuadrado medio del error del modelo (1.0553) el valor obtenido es ciertamente inferior. Por otro lado, el modelo explica el 80% de la variación observada en las nuevas observaciones, porcentaje que estimamos adecuado.

CONCLUSIONES

1. Para la estimación de la altura individual, existe un efecto significativo de la calidad de estación considerando el modelo lineal analizado.
2. La significación del diámetro individual admite, de manera implícita, una cierta relación del diámetro con la altura (curvas alturas-diámetros), matizada por el resto de las variables.
3. El modelo lineal que incluye como variables independientes la calidad de estación, la altura dominante y el diámetro individual explica el 80% de la variación observada en la altura individual.

BIBLIOGRAFÍA

- CAÑADAS DÍAZ, M.N.; GARCÍA GÜEMES, C.; MONTERO GONZÁLEZ, G. (1999) Relación alturas-diámetros para *Pinus pinea* en el Sistema Central. Congreso de Ordenación y Gestión sostenible de los montes. Santiago, 4-9 de octubre de 1999.
- ESPINEL, S.; CANTERO, A.; SÁENZ, D. (1997). Un modelo de simulación para rodales de *Pinus radiata* en el País Vasco. *Montes* 48: 34-38.
- GARCÍA GÜEMES, C. (1999). Modelo de simulación selvícola para *Pinus pinea* L. en la provincia de Valladolid. Tesis Doctoral. UPM-ETSIM. 221 pp.
- GARCÍA GÜEMES, C.; CAÑADAS, N.; MONTOTO, R.; MONTERO, G., (1997). Modelo de calidad de estación para *Pinus pinea* aplicando la ecuación de Richards. II Congreso Forestal Español, I Congreso Forestal Hispano-Luso.
- PASCOA, F. (1987). *Estrutura, crescimento e producao em povoamentos de pinheiro bravo. Um modelo de simulacao*. Tesis Doctoral, Universidade Tecnica de Lisboa. Inédito. 241 pp.
- RÍO, M. DEL. (1998). *Régimen de claras y modelo de producción para Pinus sylvestris L. en los Sistemas Central e Ibérico*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. No pub. 219 pp.