

CRECIMIENTO EN VOLUMEN DE ÁRBOL INDIVIDUAL DE *Quercus robur* L. EN EL NORTE DE LA PROVINCIA DE LUGO

E. DOCANDO VEIGA; A.D. RUÍZ GONZÁLEZ; M. BARRIO ANTA

Dpto. de Enxeñería Agroforestal. Escola Politécnica Superior, Universidad de Santiago de Compostela. Campus Universitario s/n., 27002 Lugo.

E-mail: anaruiz@lugo.usc.es

RESUMEN

Se presentan los resultados del crecimiento en volumen de 62 árboles individuales procedentes de 35 parcelas de inventario instaladas en masas de *Quercus robur* L. en el norte de la provincia de Lugo. Se ha ajustado una función de crecimiento en volumen para árboles dominantes parametrizada en función del índice de sitio. Dividiendo por la edad y derivando dicha función se ha determinado y representado gráficamente el crecimiento medio y el crecimiento corriente respectivamente.

P.C.: *Quercus robur*, Norte de Lugo, función de crecimiento en volumen.

SUMMARY

The results of volume growth of 62 trees of *Quercus robur* L. from 35 permanent plot installed in Lugo (NW Spain) are showed. A volume growth empirical function including the site index was fitted for dominant trees. The annual volume increment (m^3/year) was calculated from the first derivative of the volume growth function. The average volume increment (m^3/year) was also estimated when the volume growth function was divided by the age. The volume growth, annual and average volume increment curves were finally plotted.

K.W.: *Quercus robur*, North of Lugo, volume growth empirical function

INTRODUCCIÓN

Las funciones o ecuaciones de crecimiento describen las variaciones que experimenta el tamaño de un organismo o una población con la edad. El crecimiento biológico, que es el resultado de un gran número de procesos complejos, puede resumirse de una forma muy simple, particularmente cuando el organismo o población analizada es un árbol o masa forestal.

En el caso de los árboles, su crecimiento es el resultado de la interacción entre dos factores opuestos (ZEIDE, 1993): por una parte está la tendencia intrínseca hacia un crecimiento ilimitado, que depende del potencial biótico del individuo, de su actividad fotosintética, de la absorción de nutrientes, de los procesos catabólicos y anabólicos, etc.; en el lado opuesto se encuentran las restricciones al crecimiento, impuestas por el entorno en el que se desenvuelve dicho individuo (competencia con otros organismos, limitación de recursos, procesos respiratorios y estrés) y por su propia condición de ser vivo (mecanismos de autorregulación del crecimiento y envejecimiento).

Si se representa la evolución en el tamaño (diámetro, altura, área basimétrica volumen, etc.) de un árbol o de una masa forestal a lo largo de su vida se obtiene una curva, denominada *sigmoide*, cuyo patrón se mantiene sorprendentemente estable, con independencia de la especie de que se trate o de los cambios y fluctuaciones del entorno en que se desarrolle. La curva *sigmoide* presenta dos características fundamentales, que derivan de la interacción entre los dos factores opuestos que condicionan el crecimiento, comentados anteriormente: tiene un punto de inflexión y una asíntota horizontal.

En la Figura 1 se ha representado una curva sigmoide, que describe la evolución con el tiempo del tamaño de cualquier variable de un árbol o una masa forestal (diámetro, altura, área basimétrica, volumen, etc.), junto con la curva de su primera derivada, que corresponde al crecimiento corriente de dicha variable (representada a una escala mayor para facilitar su comparación). En dicha figura se puede apreciar cómo inicialmente, en las primeras edades, el peso del factor positivo es mucho mayor que el de las restricciones o factor negativo, por lo que el crecimiento se dispara, dando lugar a una curva de evolución cóncava hacia arriba. A medida que se desarrolla el individuo las restricciones van aumentando, de tal manera que se llega a producir un cambio en la curvatura de la gráfica de evolución (se produce un punto de inflexión), que se corresponde con el valor máximo de la curva de

crecimiento corriente. A partir de ese momento, y puesto que siguen aumentando las restricciones, el crecimiento comienza a ralentizarse, lo que significa que la curva de crecimiento disminuye paulatinamente y la de evolución aumenta cada vez más despacio. Esta tendencia continua hasta que, finalmente, los factores que favorecen y se oponen al crecimiento se igualan, por lo que cesa el crecimiento y se estabiliza el tamaño del individuo, hecho que corresponde matemáticamente con la asíntota horizontal.

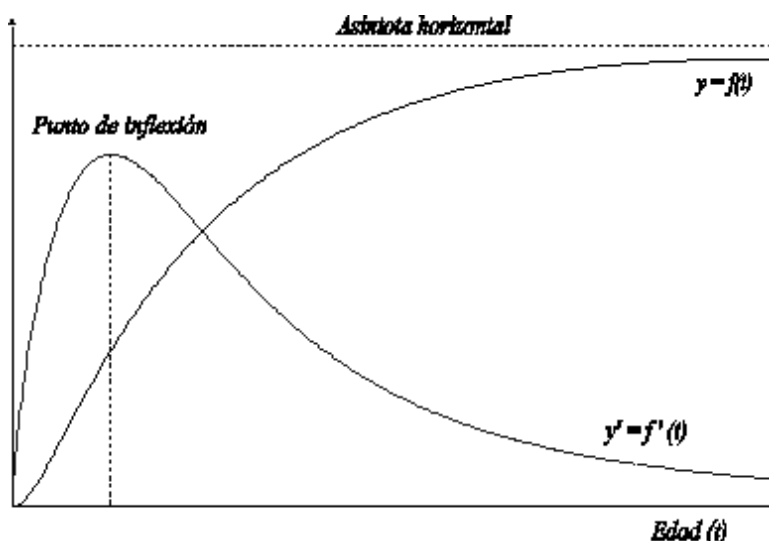


Figura 1.- Características fundamentales de la curva sigmoide y su primera derivada.

Utilidades de las funciones de crecimiento en volumen en el campo forestal

Son varias las aplicaciones de las funciones de crecimiento volumétrico dentro del mundo forestal, que se resumen a continuación:

- 1) En primer lugar, y como es lógico, la primera y más simple aplicación es el propio conocimiento de la evolución o del crecimiento del volumen de los árboles que permitiría, además, estimar el volumen de la masa.
- 2) La construcción de los modelos más completos, las tablas de producción dinámicas, requiere el ajuste de ecuaciones de incremento de ciertas variables, entre las que se incluye el volumen de la masa.
- 3) Otra de las aplicaciones de las funciones de crecimiento es la posibilidad de calcular los valores máximos de los crecimientos medio y corriente de diferentes variables. En el caso del volumen de masa, dichos valores permiten determinar el turno de máxima renta en especie.
- 4) Mediante las funciones de crecimiento también es posible determinar las edades a las que se alcanzan los turnos financieros, tecnológicos y físicos de las masas forestales.
- 5) La estimación de la posibilidad en montes ordenados se simplifica cuando se conocen las funciones que rigen el crecimiento en volumen de sus masas.
- 6) En masas regulares, cuando se conoce la distribución de las clases de edad, es posible utilizar las funciones de crecimiento (de volumen o de área basimétrica) para realizar simulaciones con el objeto de optimizar los aprovechamientos.

Características deseables de una función de crecimiento

Como ya se ha indicado, la evolución de las variables de un árbol o de una masa a lo largo del tiempo sigue un patrón definido y estable conocido como curva sigmoide, cuyas características principales son la presencia de un punto de inflexión, que se corresponde con el máximo crecimiento corriente de dicha variable, y una asíntota, que representa el tamaño máximo que puede alcanzar la variable.

Además de estos dos atributos de las funciones de crecimiento, existen otra serie de características que son deseables en cualquier modelo de este tipo. Así, GOELZ & BURK (1992) describen las características que deben cumplir los modelos empleados para construir curvas de

calidad de estación, algunas de las cuales pueden generalizarse a todos los modelos de crecimiento. Las principales son las siguientes:

- 1) Existencia de un punto de inflexión.
- 2) Existencia de una asíntota horizontal.
- 3) Comportamiento lógico: Los modelos no deben permitir valores anormales desde el punto de vista biológico; por ejemplo, la curva de alturas debe pasar por el origen, o el diámetro debe ser igual a cero a la edad en la que el árbol alcanza la altura de 1,30 metros.
- 4) Base biológica: La forma de la ecuación debe derivarse del conocimiento teórico que se tenga del crecimiento de la variable dependiente analizada. Al incorporar esta base teórica en el desarrollo de la ecuación se consigue, además, que su ajuste a cualquier conjunto de datos resulte más exacto (PIENAAR & TURNBULL, 1973).

Otra característica deseable de los modelos de crecimiento es la flexibilidad, entendida como la capacidad de ajuste con precisión a diferentes conjuntos de datos. La flexibilidad de un modelo ha sido frecuentemente asociada al número de parámetros del mismo. Sin embargo, a este respecto ZEIDE (1993) argumenta que cualquier modelo cuyo número de parámetros coincida con el número de puntos de la muestra a ajustar pasará a través de todos esos puntos, mostrando, por tanto, la máxima exactitud, aunque a expensas de perder la tendencia universalmente asumida de la curva sigmoide, por lo que considera que el conocimiento real de las leyes que rigen los procesos del crecimiento es más importante a la hora de desarrollar un modelo que su propia flexibilidad.

MATERIAL Y MÉTODOS

Los árboles proceden de una red de 35 parcelas permanentes instaladas por la Escuela Politécnica Superior de Lugo en el norte de la provincia. Todas las masas se seleccionaron tratando de cubrir la mayor parte de las combinaciones posibles de edad y calidad de estación y evitando la presencia de árboles trasnochados que pudieran distorsionar los resultados finales.

Finalmente se ha contado con una muestra de 62 árboles dominantes que han sido apeados y troceados extrayendo una rodaja cada metro de longitud del fuste para su posterior análisis en laboratorio. En la Tabla 1 aparecen los valores de una serie de estadísticos descriptivos de las alturas y diámetros normales de los árboles seleccionados.

Tabla 1.- Estadísticos descriptivos para los 62 árboles de la muestra.

Estadístico	D (cm)	H (m)
Mínimo	13,65	9,30
Máximo	48,70	26,10
Media	31,41	16,72
Varianza	46,92	13,71
Desviación estándar	6,85	3,70
Coef. de variación (%)	21,80	22,14

En cada rodaja se midieron los crecimientos radiales cada 5 años en dos direcciones, para ello es necesario fijar un criterio de selección de dichas direcciones de medición puesto que en especies como el roble es frecuente falta de excentricidad e irregularidad del tronco. Los radios elegidos son aquellos que tienen una longitud igual al radio de la circunferencia cuya superficie se corresponde con la de cada sección asimilada a una elipse (ROJO & MONTERO, 1996). De esta forma, se mide el diámetro mayor de la sección (diámetro a) y en el punto medio se traza la perpendicular, obteniendo el diámetro b. El radio de superficie equivalente a la elipse es $R = \sqrt{(a/2) \cdot (b/2)}$. A partir de los crecimientos radiales se han calculado los volúmenes actual y cada 5 años sin corteza, empleando la ecuación de Smalian y la corrección de alturas de Graves (ver BENGOA, 1996).

La serie de datos volumen-edad de todos los árboles en conjunto se ha utilizado para ajustar una ecuación de crecimiento derivada de la función de RICHARDS (1959) y parametrizada en función del índice de sitio obtenido de las curvas de calidad de estación ajustadas para la especie

(BARRIO *et al.*, 2001):

$$V = a \cdot IS^d (1 - \exp(-b \cdot t))^{c \cdot IS^f}$$

donde:

V = volumen de cada árbol en m³.

IS = índice de sitio.

t = edad.

a, b, c, d, f = parámetros a determinar mediante el ajuste de regresión.

Al incluir el índice de sitio como variable independiente en el exponente se garantiza la obtención de una familia de curvas polimórficas con diferentes puntos de inflexión, lo que concuerda con el conocimiento empírico que se tiene de la pauta de crecimiento para diferentes calidades de estación. También se ha incluido el índice de sitio en el término multiplicador inicial, que es el que marca la asíntota horizontal de cada curva que, lógicamente depende, entre otras cosas, de las características de la estación.

En el crecimiento en volumen de un árbol individual no sólo influye la edad y la calidad de estación sino también otras variables como las características genéticas del individuo o los tratamientos selvícolas a que ha sido sometido a lo largo de su vida. En el modelo se intentó tener en cuenta este último factor incluyendo el índice de Hart como tercera variable independiente, sin embargo, los resultados obtenidos indicaban el escaso valor explicativo de esta variable frente a las otras dos (edad e índice de sitio), por lo que fue finalmente excluida del modelo. Una posible explicación es la homogeneidad en el tipo de selvicultura que siguen estas masas en la zona objeto de estudio.

Los estimadores de los parámetros del modelo se han obtenido mediante el empleo del procedimiento iterativo de Gauss-Newton del programa NLIN del paquete estadístico SAS/STAT versión 8.0 (SAS INSTITUTE INC., 1999).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados del ajuste muestran un excelente comportamiento de la función, obteniéndose un coeficiente de determinación de 0,846. En la Tabla 1 se presentan los datos del análisis de varianza de la regresión y en la Tabla 2 los parámetros estimados por la regresión no lineal. La ecuación definitiva ajustada queda de la siguiente forma:

$$V = 0,0428 \cdot IS^{1,1971} (1 - \exp(-0,0288 \cdot t))^{21,5857IS^{-0,5559}} \quad [1]$$

En la Figura 2 se muestran los pares de datos volumen-edad empleados para el ajuste y la simulación con la función de crecimiento modificada a partir de la ecuación anterior.

Tabla 1.- Análisis de varianza del ajuste de regresión.

ANÁLISIS DE VARIANZA					
FUENTE	G.L	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADOS MEDIOS	VALOR DE F	PROB. > F
MODELO	5	62,6092	12,5218	1569,36	< 0,0001
ERROR	851	6,7901	0,00824		
TOTAL	855	44,1038			

Tabla 2.- Parámetros, error estándar e intervalos de confianza del análisis de regresión

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS				
PARÁMETRO	ESTIMACIÓN	ERROR ESTANDAR ASINTÓTICO	intervalo de confianza al 95 %	
			Inferior	Superior
a	0,0428	0,00787	0,0274	0,0583
b	0,0288	0,00210	0,0247	0,0329
c	21,5857	6,8948	8,0525	35,1188
d	1,1971	0,0693	1,0612	1,3331
f	-0,5559	0,1015	-0,7551	-0,3567

Derivando la función [1] de volumen-edad, se ha obtenido el haz de curvas correspondientes al crecimiento corriente (cc). Por otro lado, dividiendo la función por la edad se estima el crecimiento medio (cm). Las ecuaciones definitivas de los crecimientos son las siguientes:

$$cc = 0,026607 \cdot IS^{0,6412} \cdot (1 - \exp(-0,0288 \cdot t))^{21,5857IS^{-0,5559}-1} \cdot \exp(-0,0288 \cdot t)$$

$$cm = \frac{V = 0,0428 \cdot IS^{1,1971} (1 - \exp(-0,0288 \cdot t))^{21,5857IS^{-0,5559}}}{t}$$

Como se observa en la Figura 3, los máximos del crecimiento medio varían entre 84 años para la mejor calidad y 120 para la peor. Sin embargo, estos valores corresponden a árboles dominantes, por lo que si se refiere a masa total el turno seguramente se incrementaría entre 10 y 30 años para la mejor y para la peor calidad respectivamente.

BIBLIOGRAFÍA

- BARRIO ANTA, M.; DÍAZ-MAROTO, I.J.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G. & BALBOA MURIAS, M.A.; (2001). *Curvas de calidad para Quercus robur L. en el norte de la provincia de Lugo*. III Congreso Forestal Nacional. Granada 2001.
- BENGOA, J.L.; (1996). *TDIF 2.0. Aplicación informática para el cálculo de árboles tipo y análisis de tronco*. Montes nº 43: 51-55.
- GOELZ, J.C.G & BURK, T.E.; (1992). *Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario*. Can. J. For. Res. 22: 776-784.
- PIENAAR, L.V. & TURNBULL, K.J.; (1973). *The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands*. For. Sci. 19: 2-22.
- RICHARDS, F.J.; (1959). *A flexible growth function for empirical use*. Journal of experimental botany, 10(29): 290-300.
- ROJO ALBORECA, A.; MONTERO GONZÁLEZ, G.; (1996). *El pino silvestre en la Sierra de Guadarrama*. Ministerio de Agricultura Pesca y Alimentación. 293 pp. Madrid.
- SAS INSTITUTE INC.; (1999). *SAS/STAT™ User's Guide, Release 8.0 Edition*. Cary. N.C. USA.
- ZEIDE, B.; (1993). *Analysis of growth equations*. For. Sci. 39: 595-615.

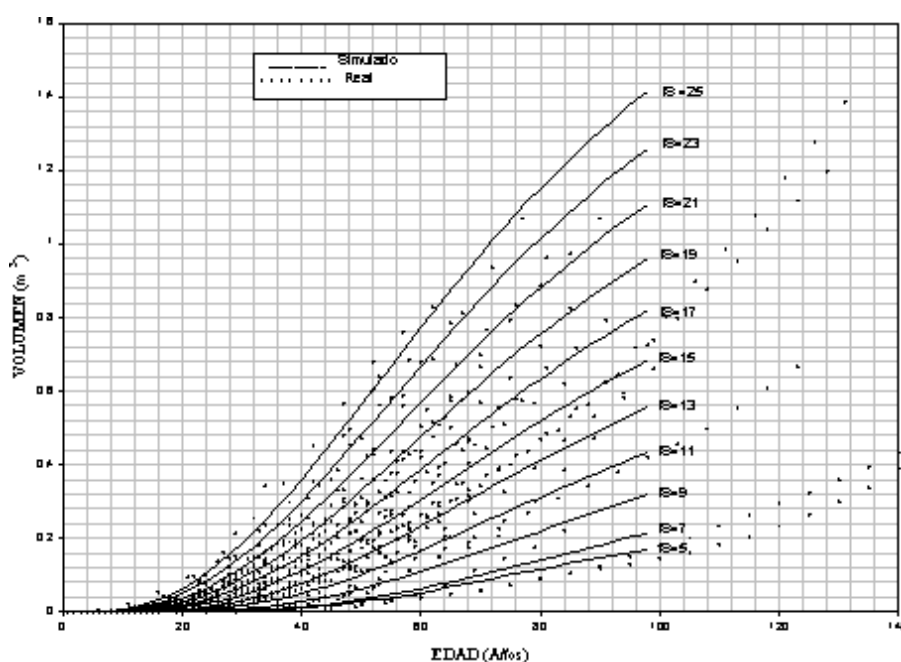


Figura 2.- Evolución del volumen de árbol individual con la edad en el norte de Lugo.

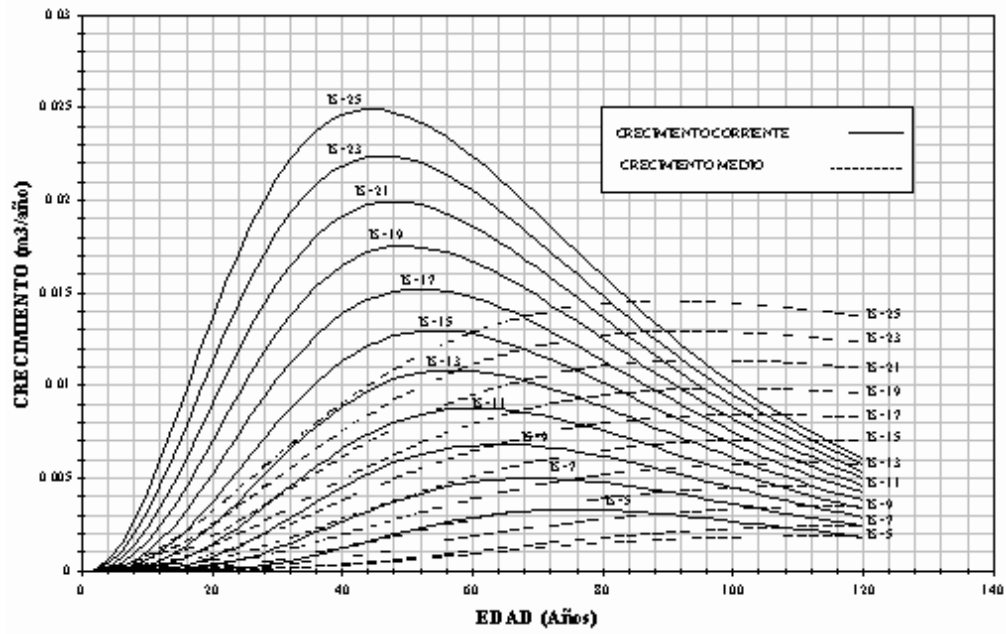


Figura 3.- Crecimiento medio corriente para *Quercus robur* en el norte de Lugo.